

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЯЗКОУПРУГИХ ГРУНТОВ

А. Е. Гладков, Т. В. Мальцева, Н. П. Исакова
Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

METHOD FOR DETERMINING THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF VISCOELASTIC SOILS

Artem E. Gladkov, Tatyana V. Maltseva, Natalya P. Isakova
Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

Аннотация. Экспериментальные исследования процессов в грунтовом основании под нагрузкой показывают, что грунты проявляют вязкоупругие свойства. Представлена методика определения механических характеристик вязкоупругого грунта. Из экспериментальных данных испытания образца на ползучесть получена функция ползучести грунта. Далее численно-аналитическим методом ломаных определена функция релаксации грунта. Представление функции ползучести в виде ломаной линии позволило получить функцию релаксации (обратную функцию к функции ползучести в изображениях по Лапласу – Карсону) как решение задачи вязкоупругости. На основании известного изображения искомого оригинала функции релаксации в виде ломаной линии осуществлен переход от изображения к оригиналу по методу ломаных, который сведен к системе линейных алгебраических уравнений относительно искомых параметров функции релаксации. Для определения функции релаксации по данной методике нет необходимости ставить эксперимент с образцом грунта на релаксацию, что позволяет экономить на проведении лабораторного эксперимента. Предложенный алгоритм представляет интерес при проектировании объектов строительства на слабых грунтовых основаниях с учетом вязкоупругих свойств грунта.

Abstract. Experimental studies of processes in soil foundations under load show that soils exhibit viscoelastic properties. The article presents the method for determining the mechanical characteristics of viscoelastic soil. One of the functions, for example, the soil creep function, is obtained from the experimental data of testing a sample for creep. Next, the soil relaxation function was determined using the numerical-analytical method of broken lines. The representation of the creep function in the form of a broken line made it possible to obtain the relaxation function (the inverse function to the creep function in Laplace – Carson images) as a solution of the viscoelasticity problem. Based on the known image of the desired original of the relaxation function in the form of a broken line, a transition from the image to the original was made using the broken line method, which is reduced to a system of linear algebraic equations regarding the desired parameters of the relaxation function. To determine the relaxation function using the proposed method, there is no need to experiment with a soil sample for relaxation. This saves on laboratory experiments. The proposed algorithm is of interest when designing construction projects on weak soil foundations, taking into account the viscoelastic properties of the soil.

Ключевые слова: вязкоупругие свойства грунта, грунтовое основание, функции ползучести и релаксации, метод ломаных

Key words: viscoelastic properties of soil, soil foundation, creep and relaxation functions, broken line method

Для цитирования: Гладков, А. Е. Методика определения механических характеристик вязкоупругих грунтов / А. Е. Гладков, Т. В. Мальцева, Н. П. Исакова. – DOI 10.31660/2782-232X-2023-4-26-33. – Текст : непосредственный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 4 (106). – С. 26–33.

For citation: Gladkov, A. E., Maltseva, T. V., & Isakova, N. P. (2023). Method for determining the mechanical characteristics of viscoelastic soils. Architecture, Construction, Transport, (4(106)), pp. 26-33. (In Russian). DOI 10.31660/2782-232X-2023-4-26-33.

Введение

Грунты – сложная многокомпонентная среда, в условиях внешних нагрузок в них могут развиваться сложные механические процессы, связанные с развитием напряжений и деформаций во времени. При расчете напряженно-деформированного состояния грунтовых оснований необходимо учитывать их вязкоупругие свойства. Одним из проявлений вязкоупругости грунта является его ползучесть [1], то есть изменение осадки основания во времени при постоянной нагрузке. Слабые грунты (например, глины, суглинки) в [2] предложено рассматривать как вязкоупругий или вязкопластичный материал. Для прогнозирования напряженно-деформированного состояния грунта во времени разработаны вязкоупругопластические модели грунта, учитывающие одновременно с консолидацией изменение формы [3]. Модель включает линейную зависимость между скоростью деформаций сдвига и напряжениями. Грунт рассматривается как деформируемое твердое тело. В работе [4] предложена трехпараметрическая вязкоупругая модель грунта. Задача вязкоупругости преобразована в задачу упругости с помощью преобразования Лапласа. В этой модели ядро ползучести представлено экспоненциальной функцией, которое, во-первых, имеет ограниченное количество параметров в отличие от ломаной линии, предложенной для функции ползучести, во-вторых, экспоненциальная функция с тремя параметрами не имеет аналитической записи изображения по Лапласу – Карсону для методики, предложенной

в данной статье. Для моделирования вязкоупругих свойств грунта в [5] рассмотрена обобщенная модель Фойгта на основе теории дробного исчисления. В работах [6, 7] дифференциальные зависимости деформаций от напряжений не используются, а рассмотрена интегральная форма уравнения зависимости деформаций от напряжений и рассмотрены экспериментальные исследования на ползучесть слабого грунта.

На основании обзора математических моделей вязкоупругих грунтовых оснований для зависимости между напряжением и деформацией использована интегральная форма Больцмана – Вольтерры, в которую механические характеристики входят как функции времени. Параметры математической модели (механические характеристики грунта) определены из эксперимента на трехосное сжатие образца из глины. Физический закон связи напряжений и деформаций в виде интеграла Больцмана приведен к свертке двух функций в изображениях по Лапласу – Карсону. Из совпадения выражений для законов Гука и Больцмана в изображениях по Лапласу – Карсону с точностью до обозначений решение вязкоупругой задачи получено в два этапа согласно подходу А. А. Ильюшина и П. М. Огибалова, предложенному для расчета конструкций. На первом этапе выполняется расчет упругого основания без учета времени. Полученное решение на основе принципа Вольтерры (системы переобозначений) записывается в изображениях по Лапласу – Карсону. На втором этапе для фиксированной точки пространства делается приближенный переход от известного

изображения к оригиналу по методу ломаных Л. Е. Мальцева. Представление решения вязкоупругой задачи в два этапа является новым в математическом моделировании вязкоупругих грунтов.

Вязкоупругие свойства грунта в математических моделях учитываются через функции влияния, то есть функции ползучести $P(t)$ (изменение деформации при постоянном напряжении) или функции релаксации $R(t)$ (изменение напряжения при постоянной деформации), которые являются ключевыми параметрами выбранной модели грунта и остаются неизменными при разных видах нагрузки.

Механические характеристики материала (функции влияния) определяются на основании экспериментальных данных. Экспериментальные исследования вязкоупругих свойств грунта отражены в [8, 9]. В данной работе с помощью экспериментальных данных определяется функция ползучести грунта, а функция релаксации находится численно-аналитическим методом. Для определения функции релаксации по предложенной в работе методике нет необходимости ставить эксперимент на релаксацию образца, взятого из грунта.

Объект и методы исследования

Объектом исследования является вязкоупругий грунт. Предметом исследования – получение механических характеристик вязкоупругого грунта, то есть функций ползучести и релаксации грунта.

В статье использованы два метода исследования: экспериментальный и теоретический.

Экспериментальная часть

Для определения вязкоупругих характеристик глинистого грунта использован прибор для трехосного сжатия образца грунта. Лаборатор-

ный эксперимент с образцом суглинка был выполнен Р. С. Гулятьевым (магистрантом базовой кафедры ООО «Мостострой-11»). Грунт был выбран 12.07.2023 г. на глубине 2 м на участке в коттеджном поселке «Родные просторы» Тюменской области.

Физико-механические характеристики образца: влажность W – 32 %; число пластичности I_p – 0.22; плотность ρ – 1.43 г/см³; коэффициент пористости e – 0.22.

Эксперимент проведен в соответствии с ГОСТ 12248.3-2020¹. Испытание проходило по консолидированно-дренированной схеме в камере стабилометра (рис. 1).

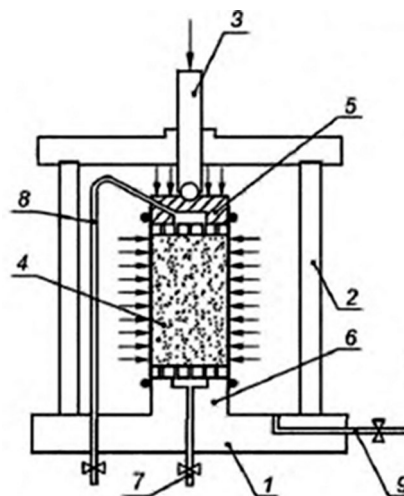


Рис. 1. Схема испытания грунта методом трехосного сжатия: 1 – основание камеры; 2 – корпус камеры; 3 – шток; 4 – образец грунта в оболочке; 5 – верхний штамп; 6 – нижний штамп; 7, 8 – магистрали системы дренажа, измерения порового давления и противодавления; 9 – магистраль давления в камере
Fig. 1. Scheme of soil testing by triaxial compression method: 1 – chamber base; 2 – chamber body; 3 – rod; 4 – soil sample in the shell; 5 – upper die block; 6 – lower die block; 7, 8 – lines of drainage system, pore pressure and counterpressure measurement; 9 – pressure line in the chamber

¹ ГОСТ 12248.3-2020. Грунты. Определение характеристик прочности и деформируемости методом трехосного сжатия = Soils. Determination of strength and deformation parameters by triaxial compression testing : межгосударственный стандарт ; введен 2021-06-01 / разработан НИИОСП им. Н. М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство» при участии геологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, ООО «НПП «Геотек», АО «МОСТДОРГЕОТРЕСТ-ПГ», ООО «Петромоделинг». – Текст : электронный // Электронный фонд правовых и нормативно-технических документов : сайт. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/566409062> (дата обращения: 20.10.2023).

Испытывался образец в форме цилиндра, диаметр которого 38 мм, а высота 76 мм. Боковое давление (давление в камере) в камере составляло 100 кПа. Вертикальная нагрузка прикладывалась ступенями по 20 % от бокового давления в камере, ступень составляла 20 кПа. Критерий разрушения образца соответствовал предельной относительной вертикальной деформации равной 15 %. Параметр вертикальной стабилизации составлял 0.05 %. Время стабилизации вертикальной деформации – 2 часа. Результаты эксперимента по ступеням загрузки представлены на рис. 2.

По результатам эксперимента с помощью метода наименьших квадратов была получена функция объемной ползучести в виде ломаной линии [10] (время безразмерное):

$$\Pi(t) = \Pi(0) \left\{ h(t) - \sum_{i=0}^n (a_i + a_{i+1}) \cdot (t - T_i) \cdot h(t - T_i) \right\}, \quad (1)$$

где $a_0 = 0$, $a_{i+1} = 0$, $T_0 = 0$, $h(t)$ – функция Хевисайда, искомые параметры a_i определены на основе экспериментальных данных.

Параметры сплайна a_i вычисляются для каждого временного интервала отдельно с использованием метода наименьших квадратов. На начальном временном интервале $0 \leq t \leq T_1$ определяются $\Pi(0)$ и a_1 , а на остальных i -х сегментах находятся другие параметры a_i , где $i = 2, \dots, n$.

После того как на основании эксперимента определены параметры сплайнов $\Pi(t)$, можно записать выражение функции ползучести в изображениях по Лапласу – Карсону $\Pi^*(p)$ [10]:

$$\Pi^*(p) = \Pi(0) \left[1 - \frac{a_0 - a_1}{p} e^{-pT_0} - \frac{a_1 - a_2}{p} e^{-pT_1} - \dots - \frac{a_i - a_{i+1}}{p} e^{-pT_{i+1}} \right],$$

$$p = \frac{1}{T}.$$

Перейдем к определению функции объемной релаксации грунта $R(t)$. Представим функцию релаксации в виде ломаной линии с неизвестными параметрами b_i , $i = 1, \dots, m$:

$$R(t) = R(0) \left\{ h(t) - \sum_{i=0}^m (b_i + b_{i+1}) (t - \tilde{T}_i) h(t - \tilde{T}_i) \right\}, \quad (2)$$

точки T_i , $\tilde{T}_i$ на временной оси для функции ползучести и для функции релаксации могут быть различными.

Функции ползучести и релаксации в изображениях по Лапласу – Карсону (знак * указывает изображение) являются взаимнообратными:

$$R^*(p) = \frac{1}{\Pi^*(p)}. \quad (3)$$

Для нахождения неизвестного оригинала функции релаксации применим метод ломаных. Суть метода заключается в составлении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) по правилу совпадения неизвестного оригинала в изображениях с известной функцией в изображениях на системе точек (коллокаций) p_i , $i = 1, \dots, 4$.

СЛАУ метода ломаных имеет вид [10]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^L \frac{e^{-p_i T_{i-1}} - e^{-p_i T_i}}{p_i} b_i = \frac{\Pi^*(p_i)}{\Pi^*(p_0)} - 1 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \sum_{i=1}^L \frac{e^{-p_{L-1} T_{i-1}} - e^{-p_{L-1} T_i}}{p_{L-1}} b_i = \frac{\Pi^*(p_{L-1})}{\Pi^*(p_0)} - 1 \\ \sum_{i=1}^L (T_i - T_{i-1}) b_i = \frac{\Pi^*(p_{L=0})}{\Pi^*(p_0)} - 1 \end{cases} \quad (4)$$

Последнее уравнение системы уравнений (4) записано для точки $p_5 = 0$, поэтому отличается от других уравнений системы (4). При построении СЛАУ метода ломаных на основании теории операционного исчисления учтена теорема о пределах [10]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \lim_{p \rightarrow 0} R^*(p), \quad \lim_{t \rightarrow 0} R(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} R^*(p).$$

Методика, представленная формулами (1) – (4), была автоматизирована в Excel и протестирована на данных эксперимента для образца из оргстекла [11]. Погрешность вычислений метода составила 0.9 % (рис. 3).

Результаты

Определение функции объемной ползучести

Процесс изменения деформации тела во времени при постоянном напряжении называется

ся ползучестью. Нагрузки на образец рассматриваются такими, чтобы связь между напряжениями и деформациями была линейной. Функция объемной ползучести используется в теории наследственности Больцмана – Вольтерры в виде интегрального уравнения 2-го рода [12]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{K} + \frac{1}{K} \int_0^t \Pi(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $\varepsilon(t)$ – относительная деформация, $\sigma(t)$ – нормальное напряжение, K – упругая часть функции ползучести $\Pi(t)$. Для получения функции ползучести были использованы 2 и 3 степени нагружения (рис. 2). На рис. 4 изображены графики экспериментальной и теоретической (полученной по методу наименьших квадратов) функций ползучести. Параметры ломаной линии: $a_1 = 2.992 \cdot 10^{-5}$; $a_2 = 9.571 \cdot 10^{-5}$; $a_3 = 2.696 \cdot 10^{-5}$; $a_4 = 8.68 \cdot 10^{-5}$; $a_5 = 0.00309$; $a_6 = 9.785 \cdot 10^{-7}$.

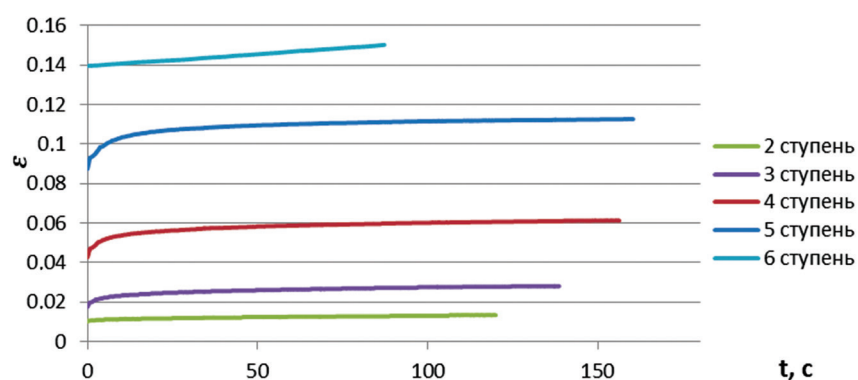


Рис. 2. Графики деформаций по ступеням нагружения
Fig. 2. Deformation diagrams by loading stages

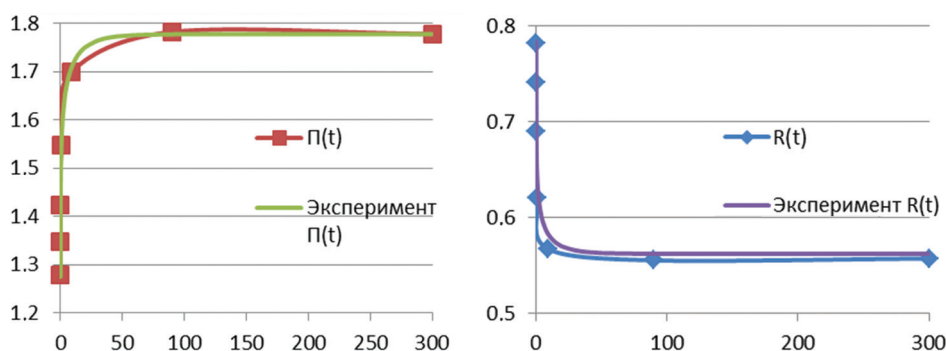


Рис. 3. Результаты тестового примера для оргстекла
Fig. 3. Test case results for acrylic plastic

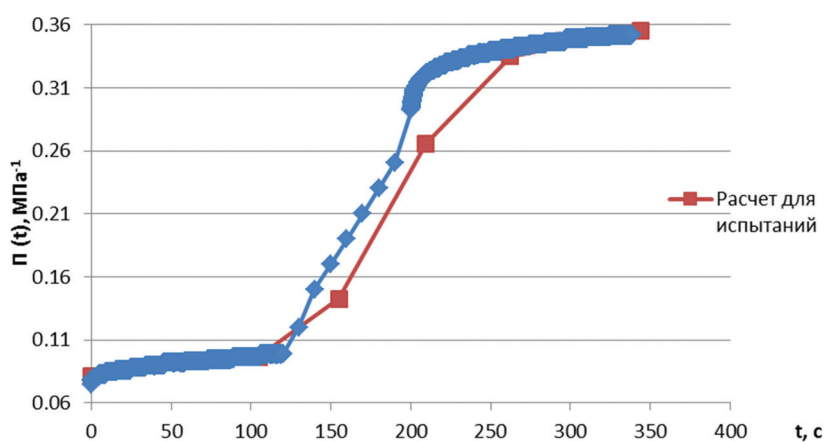


Рис. 4. Экспериментальная и теоретическая функции ползучести
Fig. 4. Experimental and theoretical creep functions

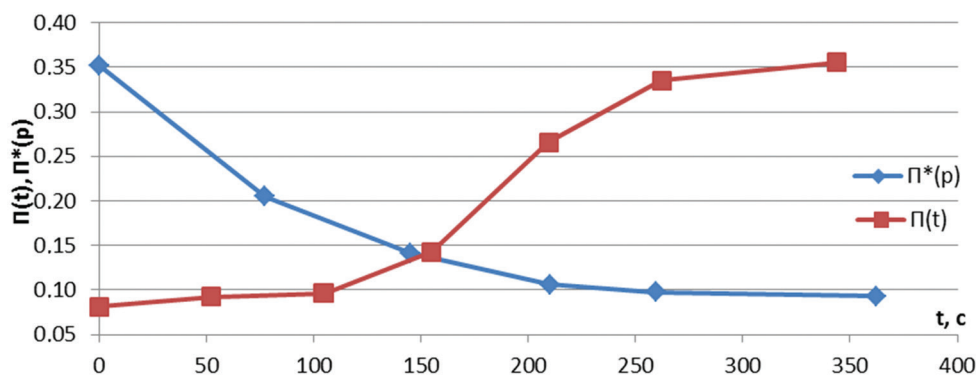


Рис. 5. Оригинал и изображение функции ползучести
Fig. 5. Original and image of the creep function

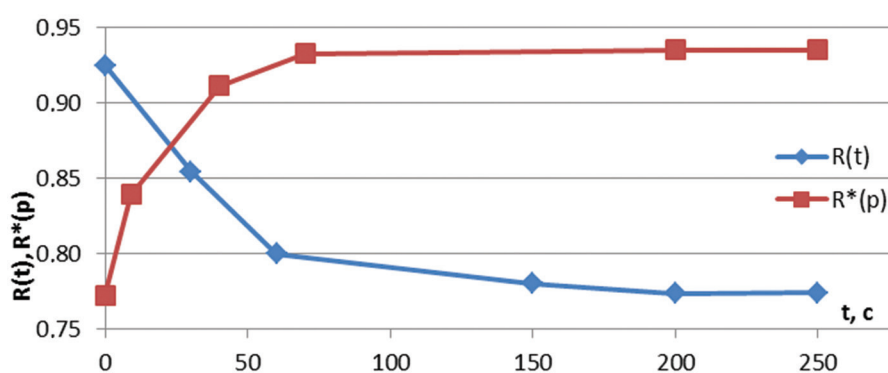


Рис. 6. Оригинал и изображение функции релаксации
Fig. 6. Original and image of the relaxation function

Определение функции релаксации грунта

Процесс изменения напряжений в теле во времени при постоянной деформации является релаксацией [12].

Для нахождения релаксации грунта по системе уравнений (4) назначены следующие значения T_i : $T_1 = 5$, $T_2 = 80$, $T_3 = 150$, $T_4 = 200$, $T_5 = 250$. В результате решения системы уравнений матричным способом получили параметры b_i : $b_1 = -0.0012$, $b_2 = -0.00138$, $b_3 = -0.00721$, $b_4 = -0.00483$. Графики механических характеристик грунта в оригинале и в изображениях представлены на рис. 5 и 6.

Выводы

Представление функции ползучести в виде ломаной линии позволяет получить функцию релаксации (обратную функцию к функции ползучести в изображениях по Лапласу – Карсону) как решение задачи вязкоупругости. Изображение ломаной линии известно.

Переход от изображения к оригиналу выполняется по методу ломаных, который сводится

к системе линейных алгебраических уравнений относительно искомых параметров функции релаксации.

На тестовом примере показана погрешность метода ломаных, она не превосходит 0.9 %. Обработка результатов экспериментальных данных по методу наименьших квадратов составила 5.2 %. Увеличение количества отрезков ломаной линии позволит уменьшить расхождение с экспериментальными данными.

По предложенной методике нет необходимости ставить эксперимент с образцом из грунта на релаксацию, для определения функции ползучести достаточно иметь экспериментальные данные ползучести деформаций во времени или данные изменения напряжений во времени.

Полученные механические характеристики вязкоупругого грунта применимы для прогнозного расчета деформированного состояния оснований зданий и сооружений из вязкоупругих грунтов по решениям задач о действии внешней нагрузки на грунтовое основание, изложенным в работе [13].

Библиографический список

1. Nguyen, P. D. The dependence of the strength properties of soil on its physical state / P. D. Nguyen. – DOI 10.5862/MCE.35.3. – Текст : непосредственный // Magazine of Civil Engineering. – 2012. – No. 35 (9). – P. 23–28.
2. Liu, E. L. An elastoplastic model for saturated freezing soils based on thermo-poromechanics / E. L. Liu, Y. M. Lai, H. Wong, J. L. Feng. – DOI 10.1016/j.ijplas.2018.04.007. – Текст : непосредственный // International Journal of Plasticity. – 2018. – No. 107. – P. 246–285.
3. Sabri, M. M. Soil-structure interaction: theoretical research, in-situ observations, and practical applications / M. M. Sabri, K. G. Shashkin. – DOI 10.34910/MCE.120.5. – Текст : непосредственный // Magazine of Civil Engineering. – 2023. – No. 120 (4). – P. 12005.
4. Mishra, A. Analysis of creep settlement of pile groups in linear viscoelastic soil / A. Mishra, N. R. Patra. – DOI 10.1002/nag.2976. – Текст : непосредственный // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2019. – No. 43 (1). – P. 2288–2304.
5. Liu, J. C. One-dimensional consolidation of visco-elastic marine clay under depth-varying and time-dependent load / J. C. Liu, G. H. Lei, X.-D. Wang. – DOI 10.1080/1064119X.2013.877109. – Текст : непосредственный // Marine Georesour Geotechnol. – 2015. – No. 33 (4). – P. 337–347.
6. Wang, L. Semi-analytical solution for one-dimensional consolidation of fractional derivative viscoelastic saturated soils / L. Wang, D. Sun, P. Li, Yi Xie. – DOI 10.1016/j.compgeo.2016.10.020. – Текст : непосредственный // Computers and geotechnics. – 2017. – No. 83 (1). – P. 30–39.
7. Experiment study of lateral unloading stress path and excess pore water pressure on creep behavior of soft soil / W. Huang, K. Wen, D. Li [et al.]. – DOI 10.1155/2019/9898031. – Текст : непосредственный // Advances in Civil Engineering. – 2019. – Vol. 2019. – P. 9898031.
8. Experimental research on consolidation creep characteristics and microstructure evolution of soft soil / J. Yuan, Y. Gan, J. Chen [et al.]. – DOI 10.3389/fmats.2023.1137324. – Текст : непосредственный // Structural Materials. – 2023. – No. 10. 1137324.
9. Мальцева, Т. В. Математическая теория водонасыщенного грунта / Т. В. Мальцева. – Тюмень : Вектор Бук, 2012. – 240 с. – ISBN 978-5-91409-279-2. – Текст : непосредственный.
10. Мальцев, Л. Е. Теория вязкоупругости для инженеров-строителей / Л. Е. Мальцев, Ю. И. Карпенко. – Тюмень : Вектор Бук, 1999. – 239 с. – Текст : непосредственный.
11. Колтунов, М. А. Ползучесть и релаксация / М. А. Колтунов. – Москва : Высшая школа, 1976. – 278 с. – Текст : непосредственный.
12. Безухов, Н. М. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. М. Безухов. – Москва : Высшая школа, 1968. – 538 с. – Текст : непосредственный.
13. Maltseva, T. V. Deformed state of the bases buildings and structures from weak viscoelastic soils / T. V. Maltseva, E. R. Trefilina, T. V. Saltanova. – DOI 10.18720/MCE.95.11. – Текст : непосредственный // Magazine of Civil Engineering. – 2020. – No. 95 (3). – P. 119–130.

References

1. Nguyen, P. D. (2012). The dependence of the strength properties of soil on its physical state. Magazine of Civil Engineering, 35(9), pp. 23-28. (In English). DOI 10.5862/MCE.35.3.
2. Liu, E. L., Lai, Y. M., Wong, H., & Feng, J. L. (2018). An elastoplastic model for saturated freezing soils based on thermo-poromechanics. International Journal of Plasticity, (107), pp. 246-285. (In English). DOI 10.1016/j.ijplas.2018.04.007.
3. Sabri, M. M., & Shashkin, K. G. (2023). Soil-structure interaction: theoretical research, in-situ observations, and practical applications. Magazine of Civil Engineering, (120(4)), pp. 12005. (In English). DOI 10.34910/MCE.120.5.
4. Mishra, A., & Patra, N. R. (2019). Analysis of creep settlement of pile groups in linear viscoelastic soil. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (43 (1)), pp. 2288-2304. (In English). DOI 10.1002/nag.2976.
5. Liu, J. C., Lei, G. H., & Wang, X.-D. (2015). One-dimensional consolidation of visco-elastic marine clay under depth-varying and time-dependent load. Marine Georesour Geotechnol, (33(4)), pp. 337-347. (In English). DOI 10.1080/1064119X.2013.877109.
6. Wang, L., Sun, D., Li, P., & Xie, Yi. (2017). Semi-analytical solution for one-dimensional consolidation of fractional derivative viscoelastic saturated soils. Computers and geotechnics, (83(1)), pp. 30-39. (In English). DOI 10.1016/j.compgeo.2016.10.020.

7. Huang, W., Wen, K., Li, D., Deng, X., Jiang, H., & Amini, F. (2019). Experiment study of lateral unloading stress path and excess pore water pressure on creep behavior of soft soil. *Advances in Civil Engineering*, 2019, p. 9898031. (In English). DOI 10.1155/2019/9898031.
8. Yuan, J., Gan, Y., Chen, J., Tan, S., & Zhao, J. (2023). Experimental research on consolidation creep characteristics and microstructure evolution of soft soil. *Structural Materials*, 10:1137324. (In English). DOI 10.3389/fmats.2023.1137324
9. Maltseva, T. V. (2012). *Matematicheskaya teoriya vodonasyshchennogo grunta* [Mathematical theory of water-saturated soil]. Tyumen, Vector Buk Publ., 240 p. (In Russian). ISBN 978-5-91409-279-2.
10. Maltsev, L. E., & Karpenko, Yu. I. (1999). *Teoriya vyazkouprugosti dlya inzhenerov-stroiteley* [Viscoelasticity theory for civil engineers]. Tyumen, Vector Buk Publ., 239 p. (In Russian).
11. Koltunov, M. A. (1976). *Polzuchest' i relaksatsiya* [Creep and relaxation]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 278 p. (In Russian).
12. Bezukhov, N. M. (1986). *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti* [Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and creep]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 538 p. (In Russian).
13. Maltseva, T. V., Trefilina, E. R., & Saltanova, T. V. (2020). Deformed state of the bases buildings and structures from weak viscoelastic soils. *Magazine of Civil Engineering*, (95(3)), pp. 119-130. (In English). DOI 10.18720/MCE.95.11.

Сведения об авторах

Гладков Артем Евгеньевич, обучающийся кафедры строительных конструкций, Тюменский индустриальный университет, e-mail: artem21.03.200322@mail.ru

Мальцева Татьяна Владимировна, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры строительной механики, Тюменский индустриальный университет, e-mail: maltsevatv@tyuiu.ru. ORCID 0000-0002-0274-0673

Исакова Наталья Петровна, ассистент кафедры физики и приборостроения, Тюменский индустриальный университет, e-mail: isakovanp@tyuiu.ru

Information about the authors

Artem E. Gladkov, Student at the Department of Building Structures, Industrial University of Tyumen, e-mail: artem21.03.200322@mail.ru

Tatyana V. Maltseva, D. Sc. in Physics and Mathematics, Professor, Professor at the Department of Structural Mechanics, Industrial University of Tyumen, e-mail: maltsevatv@tyuiu.ru. ORCID 0000-0002-0274-0673

Natalya P. Isakova, Assistant at the Department of Physics and Instrumentation, Industrial University of Tyumen, e-mail: isakovanp@tyuiu.ru

*Получена 07 ноября 2023 г., одобрена 25 ноября 2023 г., принята к публикации 15 декабря 2023 г.
Received 07 November 2023, Approved 25 November 2023, Accepted for publication 15 December 2023*