

Научная статья / Original article

УДК 624.131

DOI: <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2026-1-42-65>EDN: <https://elibrary.ru/mkcrdk>2.1.2 Основания и фундаменты,
подземные сооружения (технические науки)

Метод снижения прочности при расчете устойчивости откосов: вопросы, возникающие при анализе результатов

А. Н. Богомолов¹✉, О. А. Богомолова², С. А. Богомолов³¹ Научно-проектное экспертно-консультационное предприятие «ОиФ»
Новосибирск, ул. Залесского, 2/3, 630075, Российская Федерация² Волгоградский государственный технический университет
Волгоград, Проспект им. В. И. Ленина, 28, 400005, Российская Федерация³ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Москва, ул. Ярославское шоссе, 26, 129337, Российская Федерация

✉ banzaritcyn@mail.ru



Аннотация. Рассматриваются вопросы, возникающие при анализе метода снижения прочности, используемого для расчета устойчивости грунтовых откосов. В качестве инструмента исследования использована компьютерная программа FEA, в которой формализован метод построения наиболее вероятной линии скольжения и вычисления коэффициента запаса устойчивости, основанный на анализе напряженного состояния грунтового массива (В. К. Цветков, 1977, 1979). Показано, что на результаты вычислений существенно влияют размеры расчетных схем метода конечных элементов и степень их дискретизации. От этих показателей существенным образом при всех прочих равных условиях зависят численные значения напряжений и перемещений в точках исследуемой области. Кроме того, изменение (увеличение или уменьшение) численных значений физико-механических характеристик (сцепления и угла внутреннего трения) слагающего грунта влечет за собой изменение жесткости исследуемого массива – численных значений коэффициента бокового давления и модуля деформации, что также влияет на напряженно-деформированное состояние приоткосной области и, следовательно, на конечный результат. Игнорирование этих обстоятельств оказывает влияние на степень достоверности результатов, получаемых с помощью методов численного анализа напряженно-деформированного состояния грунтового массива, в том числе метода снижения прочности. Существующие вычислительные комплексы не предусматривают каких-либо процедур, позволяющих нивелировать влияние перечисленных выше факторов. В связи с этим необходимо исследовать степень их влияния на получаемый результат и, если потребуется, разработать процедуры нивелирования этого влияния.

Ключевые слова: расчет устойчивости откосов и склонов, метод снижения прочности, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, физико-механические свойства грунта, жесткость грунтового массива

Для цитирования: Богомолов А. Н., Богомолова О. А., Богомолов С. А. Метод снижения прочности при расчете устойчивости откосов: вопросы, возникающие при анализе результатов. *Архитектура, строительство, транспорт*. 2026;6(1):42–65. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2026-1-42-65> EDN: MKCRDK

Method of strength reduction in slope stability calculation: issues arising from result analysis

Alexander N. Bogomolov¹ ✉, Oksana A. Bogomolova², Sergey A. Bogomolov³

¹ Scientific and Design Expert-consulting Enterprise "OiF",
Novosibirsk, 2/3 Zaleskogo St., 630075, Russian Federation

² Volgograd State Technical University
Volgograd, 28 Lenin Avenue, 400005, Russian Federation

³ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
Moscow, 26 Yaroslavskoe Highway, 129337, Russian Federation

✉ banzaritcyn@mail.ru

Abstract. This article addresses issues encountered during the analysis of the Strength Reduction Method (SRM) employed for assessing the stability of soil slopes. The FEA computer program was used as a research tool. Within this program, a method has been formalized for constructing the most probable sliding line and calculating the stability margin coefficient, based on an analysis of the stressed state in soil mass (V. K. Tsvetkov, 1977, 1979). It has been demonstrated, that the calculation results are significantly influenced by the dimensions of the calculation schemes within the finite element method and their degree of discretization. Holding all other factor constant, the numerical values of stresses and displacements at points within the studied area depend significantly on these parameters. Furthermore, changes (increase or decrease) in the numerical values of the constituent soil's physical and mechanical properties (cohesion and angle of internal friction) lead to changes in the stiffness of the investigated mass. This, in turn, affects the numerical values of the lateral pressure coefficient and the deformation modulus, which further impacts the stress-strain state of the near-slope area and, consequently, the final result. Neglecting these factors affects the reliability of results obtained using numerical analysis methods for the stress-strain state of a soil mass, including SRM. Current computational software does not incorporate procedures to mitigate the influence of the aforementioned factors. Therefore, it is necessary to investigate the degree of their influence on the result and, if required, to develop procedures for this mitigation.

Keywords: calculation of slope stability, strength reduction method, finite element method, stress-strain state, physical and mechanical properties of soil, soil mass stiffness

For citation: Bogomolov A. N., Bogomolova O. A., Bogomolov S. A. Method of strength reduction in slope stability calculation: issues arising from result analysis. *Architecture, Construction, Transport*. 2026;6(1):42–65. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2026-1-42-65>

1. Введение / Introduction

При численном решении многих задач геомеханики, в частности задач об устойчивости откосов и склонов, широко используется метод снижения прочности (SRM), который вкпе с методом конечных элементов (МКЭ) или методом конечных разностей (FDM) формализован в таких популярных вычислительных комплексах, как Plaxis, GEO5, Phase2, FLAC, GTS NX и других, весьма часто используемых в расчетной практике.

Теоретической основой этих программ стала работа О. С. Зенкевича и соавторов [1], в которой, по всей видимости, впервые задачи об устойчивости откоса были решены на основе анализа напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов. После выхода этой работы в свет выполнен целый ряд исследований ([2–5] и др.), в которых рассматривались вопросы устойчивости откосов и склонов на основе МКЭ, что послужило толчком для его широкого использования в различных расчетных комплексах, применяемых для анализа напряженно-деформированного состояния и устойчивости грунтовых массивов.

Идея метода снижения прочности принадлежит нашему соотечественнику профессору Р. Р. Чугаеву: в работах [6, 7] им описаны способы «доведения действительного отсека обрушения до

состояния предельного равновесия» [8, 9]. Это «доведение» может быть осуществлено двумя способами: при неизменных значениях угла внутреннего трения φ и сцепления c следует увеличивать интенсивность внешнего воздействия (в случае ненагруженного откоса это силы гравитации) или при неизменности силовых воздействий постепенно в одно и то же количество раз R уменьшать численные значения $tg\varphi$ и c , которые определены в результате инженерно-геологических изысканий,

$$c_r = \frac{c}{R}, \quad tg\varphi_r = \frac{tg\varphi}{R}, \quad (1)$$

до тех пор, пока не будет выполняться условие прочности Кулона [8, 9], которое можно представить в виде

$$R = \frac{\sigma_n tg\varphi + c}{\sigma_n tg\varphi_r + c_r} = K, \quad (2)$$

где $R = K$ – понижающий коэффициент для сдвиговых характеристик грунта, равный коэффициенту запаса устойчивости.

Следуя идее Р. Р. Чугаева [6, 7], О. С. Зенкевич и соавторы [1] ввели понятие коэффициента уменьшения как коэффициента безопасности (устойчивости) откоса ($F_{st} = K$), а коэффициента уменьшения прочности на сдвиг ($F_{st} = R$) как отношения максимальной прочности на сдвиг к реальному напряжению сдвига, создаваемому внешними нагрузками (формулы (1) и (2)). Для определения коэффициента запаса устойчивости при помощи расчетов проводится проверка выполнения условия (2); вычислительный цикл повторяется до тех пор, пока условие (2) не будет удовлетворено, т. е. не будет определено геометрическое место точек, в которых наступило предельное состояние. Совокупность этих точек определяет положение и форму линии скольжения (следа поверхности скольжения на вертикальной плоскости при 2D-расчете). Переход исследуемого объекта в предельное состояние должен быть зафиксирован при помощи специального критерия. В качестве такого критерия можно использовать [10]: а) несходимость итерационного процесса; б) лавинообразный рост деформаций сдвига; в) объем области пластических деформаций; г) зависимость между смещением контрольной точки и величиной уменьшения прочности. По всей видимости, последний критерий используется чаще [11–13].

Теория прочности Кулона – Мора [8, 9] подразумевает, что пластическая деформация (фактически это разрушение) происходит в виде сдвига по некоторой площадке, где сопротивление сдвиговым усилиям оказывают силы трения и сцепления, действующие по площадке сдвига, а напряженное состояние оценивается через величины главных напряжений σ_1 и σ_3 .

Для этих условий Дж. Дункан и Ц. Чанг [11] предложили гиперболическую зависимость (3) величины осевой деформации от величины понижающего коэффициента R :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{E_i \left[1 - \frac{R_r (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin\varphi_r)}{(2c_r \cos\varphi_r + 2\sigma_3 \sin\varphi_r)} \right]}, \quad (3)$$

где ε – осевая деформация,

E_i – начальный касательный модуль упругости (термин из работы [12]).

Графическая интерпретация этой зависимости для частного случая ($E_i = 90$ МПа, $\varphi = 30^\circ$, $c = 0$, $\sigma_1 = 1200$ кПа, $\sigma_3 = 500$ кПа) приведена на рис. 1.

По формуле (3) вычисляют величины ε для различных значений R и строят график, аналогичный тому, что приведен на рис. 1. Заметим, что в качестве ε принимается деформация в контрольной точке, которая обязательно должна располагаться на предполагаемой призме скольжения (обруше-

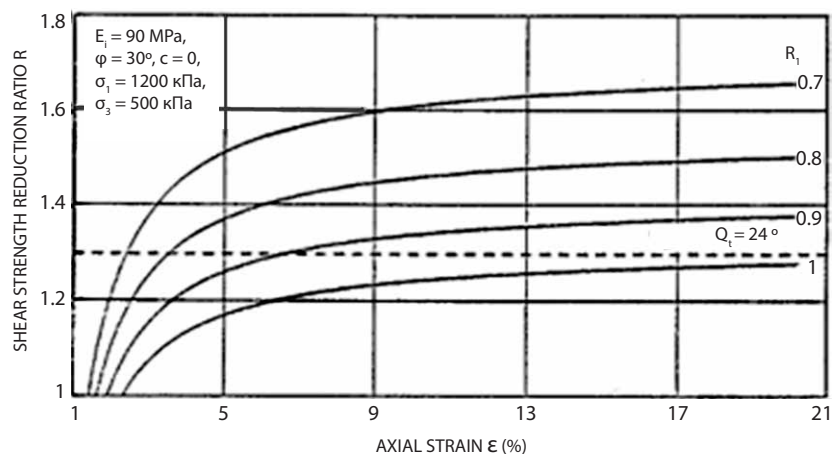


Рис. 1. Зависимость осевой деформации от величины понижающего коэффициента R [12]
 Fig. 1. Axial strain as a function of the reduction factor R [12]

ния). Лавинообразный рост величины ε ($\varepsilon \rightarrow \infty$) означает, что в точках, расположенных на предполагаемой линии скольжения, наступило предельное состояние (произошел срез по линии скольжения и началось движение призмы скольжения), а на графике будет наблюдаться резкое выполаживание функциональной кривой (рис. 1). Величина R , при достижении которой будут наблюдаться описанные эффекты, определяет величину коэффициента запаса устойчивости $K(F_{st})$.

Как отмечают многие исследователи, совместное использование SRM и МКЭ обладает существенными преимуществами перед классическими методами расчета устойчивости [14–16], так как свободно от присущих последним множеств порой некорректных допущений о форме линии скольжения, дискретизации призмы обрушения, взаимодействии блоков и др. Кроме того, данные методы могут использоваться для неоднородных откосов сложной геометрии при нетривиальных граничных условиях и условиях нагружения; учитывают практически все прочностные и деформационные свойства слагающих грунтов. Аналогичными достоинствами обладают и методы расчета, основанные на анализе напряженного состояния приоткосной области при помощи МКЭ и методов теории функций комплексного переменного [17–19] ([17, 18] применимы только для однородных откосов).

Однако при использовании SRM на основе МКЭ возникают вопросы, обусловленные тем, что снижение прочностных свойств слагающего грунта влечет за собой изменение жесткости грунтового массива (изменение его модуля деформации и коэффициента бокового давления, что не учитывается при проведении расчета методом SRM).

Цель настоящей статьи – установить перечень переменных расчетных параметров, которые оказывают влияние на результаты SRM при расчете устойчивости откосов и не учитываются при проведении процедуры расчета, дать качественную и по возможности количественную оценку этого влияния.

2. Материалы и методы / Materials and methods

Сравнение результатов расчетов коэффициента запаса устойчивости

Пример 1. В работе [20] приведены результаты расчета однородного (двухслойного, но со слоями, имеющими одинаковые физико-механические свойства ($c_1 = c_2, \varphi_1 = \varphi_2, E_1 = E_2, \xi_1 = \xi_2$)) откоса, расчетная схема которого приведена на рис. 2. Данные о величине модуля деформации и коэффициента бокового давления в статье не приводятся, а численные значения c и φ слагающего грунта приведены в таблице 1. Из таблицы видно, что вычисления выполнены для откосов с углами $\beta = 25^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ и высотой $H = 20$ м, при этом $\varphi = 25^\circ = const$, а сцепление последовательно принимает значения $c = 20, 15, 10, 5$ кПа, то есть выполнено 12 вариантов расчетов.

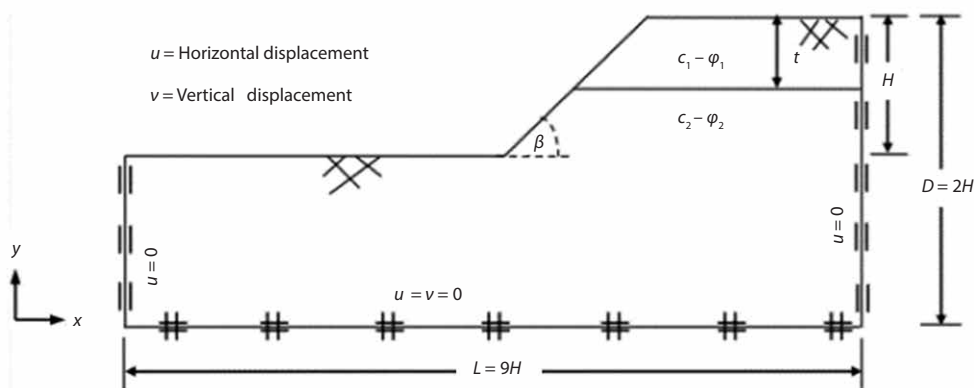


Рис. 2. Принципиальная схема и граничные условия двухслойного грунтового откоса [20]
Fig. 2. Principal scheme and boundary conditions of a two-layer soil slope [20]

Таблица 1. Нижние и верхние границы значений $K(F_{st})$ для различных однородных склонов
Table 1. Lower and upper limits of $K(F_{st})$ values for various homogeneous slopes

φ	c , кПа	$\beta = 25^\circ$	$\beta = 35^\circ$	$\beta = 45^\circ$
25°	20	1.687(1.695)	1.292(1.303)	1.048(1.058)
	15	1.560(1.566)	1.177(1.187)	0.940(0.951)
	10	1.419(1.425)	1.050(1.060)	0.827(0.831)
	5	1.258(1.263)	0.904(0.913)	0.692(0.698)

Если проводится расчет устойчивости однородного откоса, то величина модуля деформации слагающего грунта не оказывает влияния на численное значение коэффициента запаса устойчивости, а вот величина коэффициента бокового давления ξ_o , напротив, влияет на распределение напряжений в приоткосной области и, следовательно, от его величины будет зависеть величина K_{ycm} . В связи с этим для каждого из упомянутых выше двенадцати вариантов расчета методом [17–19], формализованным в компьютерной программе [21], вычислены величины K_{ycm} при значениях коэффициента бокового давления $\xi_o = 0.4, 0.6, 0.75, 0.9$.

На рис. 3 в качестве примера изображены линии скольжения в однородных откосах при $\beta = 45^\circ$, $\varphi = 25^\circ$ и четырех значениях величины удельного сцепления, которые указаны на соответствующих рисунках. Результаты вычислений помещены в таблицу 2, помимо этого в таблице приведены средние арифметические значения верхних и нижних граничных значений K_{ycm} и $K_{cp'}$, помещенных авторами работы [20] в таблицу 1.

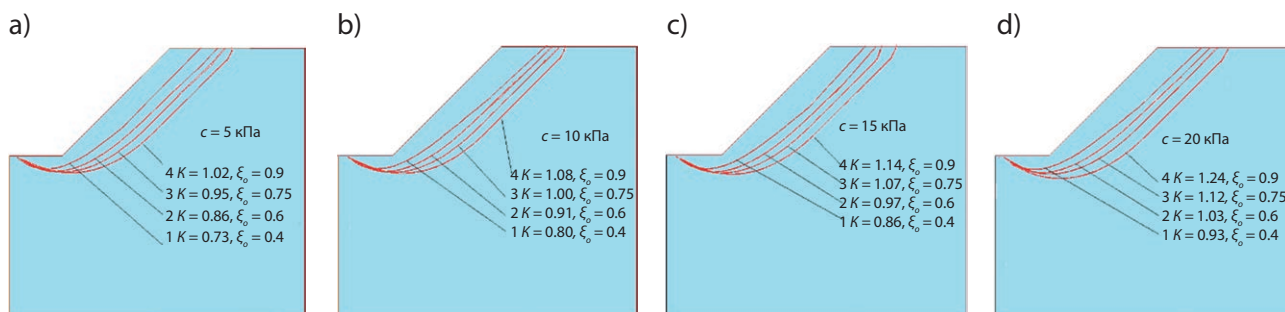


Рис. 3. Линии скольжения в откосах при $\beta = 45^\circ$, $\varphi = 25^\circ$, $\xi_o = 0.4, 0.6, 0.75, 0.9$ и четырех значениях удельного сцепления $c = 5$ кПа (а), $c = 10$ кПа (б), $c = 15$ кПа (с) и $c = 20$ кПа (д) (рисунок авторов)

Fig. 3. Sliding lines in slopes for $\beta = 45^\circ$, $\varphi = 25^\circ$, $\xi_o = 0.4, 0.6, 0.75, 0.9$, and four values of unit cohesion: $c = 5$ kPa (a), $c = 10$ kPa (b), $c = 15$ kPa (c), and $c = 20$ kPa (d) (authors' figure)

Таблица 2. Численные значения коэффициентов запаса устойчивости на основании [17–19]
 Table 2. Numerical values of stability safety factors based on [17–19]

β	с, кПа	Коэффициент бокового давления ξ_o				K_{cp}
		0.4	0.6	0.75	0.9	
		Коэффициент запаса устойчивости $K_{уст}$				
25°	5	1.21	1.45	1.59	1.64	1.261
	10	1.30	1.47	1.59	1.64	1.422
	15	1.43	1.57	1.67	1.72	1.563
	20	1.54	1.72	1.84	1.85	1.691
35°	5	1.13	1.04	0.96	0.84	0.909
	10	1.18	1.09	1.01	0.89	1.055
	15	1.25	1.16	1.08	0.97	1.182
	20	1.31	1.31	1.16	1.08	1.300
45°	5	1.02	0.95	0.86	0.73	0.695
	10	1.08	1.00	0.91	0.80	0.829
	15	1.14	1.07	0.97	0.86	0.946
	20	1.24	1.12	1.03	0.93	1.053

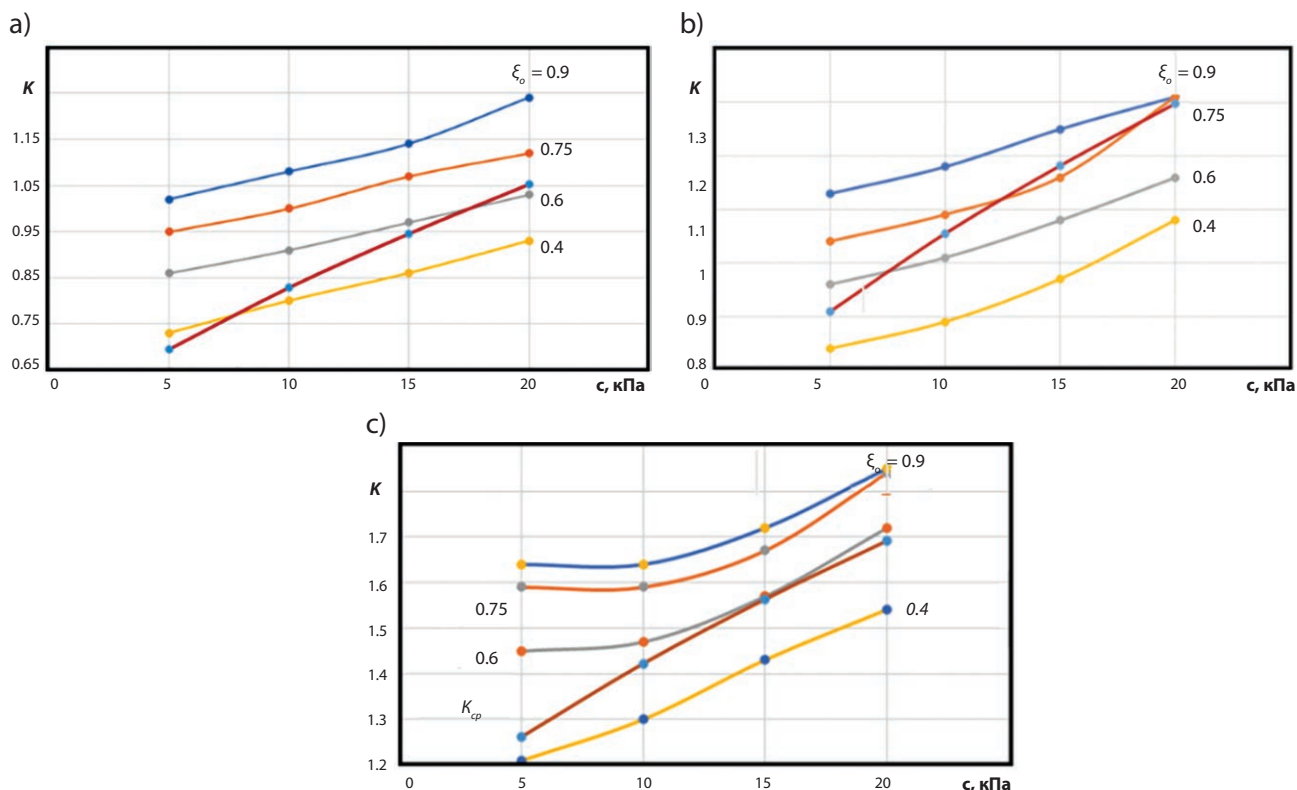


Рис. 4. Графические зависимости вида $K = f(c)$, построенные на основе данных, приведенных в таблице 2 (графики построены авторами)

Fig. 4. Plots of $K = f(c)$ based on data from Table 2 (authors' plots)

На основе анализа данных, приведенных в таблице 1, построены графические зависимости вида $K = f(c)$, изображенные на рис. 4.

Совместный анализ данных, приведенных в таблице 2, и кривых, изображенных на рис. 4, показывает, что численные значения коэффициентов запаса устойчивости, приведенные в работе [20]

(на рис. 4 – линии красного цвета соответствуют зависимости $K_{cp} = f(c)$), находятся внутри интервалов изменения численных значений K , вычисленных на основании [17–19] при $0.4 \leq \xi_0 \leq 0.9$.

Пример 2. В работе [22] рассмотрена возможность определения величины коэффициента устойчивости откоса F_{st} (коэффициента безопасности, обозначение авторов [22]) на основе понятия *энергии деформации*, как это рекомендовано в работе [23]. На первый взгляд, использовать на прямую предложения работы [23] нельзя, так как они учитывают лишь «касательную составляющую сдвигового перемещения вдоль свободной поверхности склона, что не соответствует другим условиям» [23]. Однако приведенные в работе [23] рассуждения показывают правомерность обозначенного выше подхода, суть которого сводится к следующему.

Считается, что общая энергия упругой деформации e_a равна произведению напряжения и деформации. По мере увеличения нагрузки происходит линейный рост деформации до тех пор, пока не произойдет разрушение материала, а энергия деформации не достигнет критического значения e_u . Чтобы сопоставить коэффициент запаса прочности, определяемый с точки зрения энергии деформации F_{st} , с общепринятым понятием коэффициента запаса устойчивости, основанном на прочности материала при сдвиге вдоль потенциальной поверхности скольжения, выражение для F_{st} записывается следующим образом:

$$F_{st} = \frac{e_u}{e_a}. \quad (4)$$

При рассмотрении оползневого склона модель слагающего грунта может быть представлена как:

а) эластичный, идеально пластичный материал, для которого напряжение сдвига τ и деформация сдвига ε связаны соотношением $\tau = \varepsilon G$ (G – модуль упругости при сдвиге), а минимальная деформация ε_f при предельной прочности τ_f соответствует критерию прочности Мора – Кулона [8, 9];

б) однородный (слоистый) материал с изотропными свойствами в каждом слое.

Первое допущение позволяет представить выражение (4) в виде

$$F_{st} = \sqrt{\frac{\int \left[\int_0^{\varepsilon_f} \tau(\varepsilon) d\varepsilon \right] dV}{\int \left[\int_0^{\varepsilon_a} \tau(\varepsilon) d\varepsilon \right] dV}}, \quad (5)$$

где ε_a – локальная упругая деформация сдвига;

dV – объем i -го блока скольжения, соответствующего i -му элементу поверхности скольжения ($V = dS \cdot t$); dS и t – длина и толщина i -го блока.

Второе допущение позволяет выражение (5) представить следующим образом

$$F_{st} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \tau_{fi\alpha}^2}{\sum_{i=1}^n \tau_{ia}^2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (c_i + \sigma_{i\alpha} \operatorname{tg} \varphi_i)^2}{\sum_{i=1}^n \tau_{ia}^2}}, \quad (6)$$

где n – общее количество элементов (оснований отсеков) по всей поверхности скольжения;

$\tau_{fi\alpha}$, τ_{ia} , $\sigma_{i\alpha}$ – предельная прочность на сдвиг, напряжение сдвига и нормальное напряжение вдоль i -го сегмента поверхности скольжения;

φ_i и c_i – угол внутреннего трения и сцепления соответственно.

Показано, что выражение (6) находится в соответствии с выражениями для величины коэффициента запаса устойчивости, записанных для упрощенного метода Бишопа [14] и метода Моргенштерна – Прайса [15] $F_{st}^{B(MP)} = \tau_{fi\alpha} / \tau_{ia}$. Это обстоятельство позволяет напрямую использовать предложенный способ вычисления F_{st} .

Построение линии скольжения проводится по напряжениям и перемещениям, которые вычисляются методом конечных элементов, а направление линии скольжения в каждой ее точке определяется исходя из условия $\tau_{na}/\tau_{ia} \rightarrow \min$ «по принципу экстремума». Эта процедура названа авторами «методом поиска поверхности случайного потенциального скольжения» [24]. Построенная линия скольжения принимается за расчетную, а величина глобального коэффициента запаса устойчивости вычисляется методом Спенсера [16], который «предполагает разделение потенциальной скользящей массы на несколько вертикальных срезов и параллельные усилия между срезами, может быть надлежащим образом использован для расчета коэффициента безопасности поверхности потенциального скольжения. Фактически этот подход представляет собой комбинацию метода численного моделирования и метода предельного равновесия» [24].

Считаем необходимым отметить, что «метод поиска поверхности случайного потенциального скольжения» [24] абсолютно идентичен методу построения наиболее вероятной линии скольжения, изложенному в работах [17, 18] (опубликованы раньше более чем на 30 лет) для случая упругого распределения напряжений в приоткосной области, и в работе [19] для условий смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунта. При изложении метода авторы [24] использовали множество совершенно ненужных двойных переобозначений (перенаименований) расчетных параметров, которые легко могут запутать читателя.

В отличие от метода [24] авторы [17–19] определяют величину коэффициента запаса как отношение площадей эпюр удерживающих и сдвигающих сил, действующих в точках наиболее вероятной линии скольжения, или как

$$K = \frac{\int_0^l F_{y\partial}(S) ds}{\int_0^l F_{c\partial}(S) ds}, \quad (7)$$

где $F_{y\partial}$ и $F_{c\partial}$ – удерживающие и сдвигающие силы в точках наиболее вероятной линии скольжения, определяемые, соответственно, числителем и знаменателем формулы (8) (выражение для вычисления коэффициента запаса устойчивости в точке грунтового массива):

$$K = \frac{(\sigma_z - \sigma_x) \cos 2\alpha + (\sigma_x - \sigma_z) + 2\tau_{xz} \sin 2\alpha + 2\sigma_{cb}}{(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\alpha + 2\tau_{xz} \cos 2\alpha}, \quad (8)$$

где σ_x , σ_z и τ_{xz} – безразмерные (в долях γH) компоненты напряжения в точке грунтового массива;
 $\sigma_{cb} = c(\gamma H \tan \varphi)^{-1}$ – приведенное давление связности;
 H – высота откоса.

Существует «энергетическая» версия [25, 26] метода [17–19] (также формализована в компьютерной программе FEA [21]), при использовании которой построение наиболее вероятной линии скольжения выполняется как в [17–19], а формула для вычисления коэффициента запаса устойчивости нагруженного откоса имеет вид

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n A_{iy\partial}}{\sum_{i=1}^n A_{ic\partial}} = \frac{\sum_{i=1}^n (F_{iy\partial} (\Delta_i - \delta_i) \cos \alpha_{iy\partial})}{\sum_{i=1}^n (F_{ic\partial} (\Delta_i - \delta_i) \cos \alpha_{ic\partial})}, \quad (9)$$

где $A_{iy\partial}$ и $A_{ic\partial}$ – работы удерживающей и сдвигающей сил $F_{iy\partial}$ и $F_{ic\partial}$, действующих по наклонной площадке в i -й точке наиболее вероятной линии скольжения;

Δ_i – полное перемещение i -й точки линии скольжения от собственного веса грунта и внешней нагрузки;

δ_i – то же, только от действия собственного веса грунта;

α_{iyd} и α_{icd} – углы между положительными направлениями удерживающей и сдвигающей сил и направлением вектора полного перемещения в i -й точке наиболее вероятной линии скольжения.

Сопоставим результаты расчетов величины коэффициента запаса устойчивости, полученные при помощи двух анонсированных выше методов.

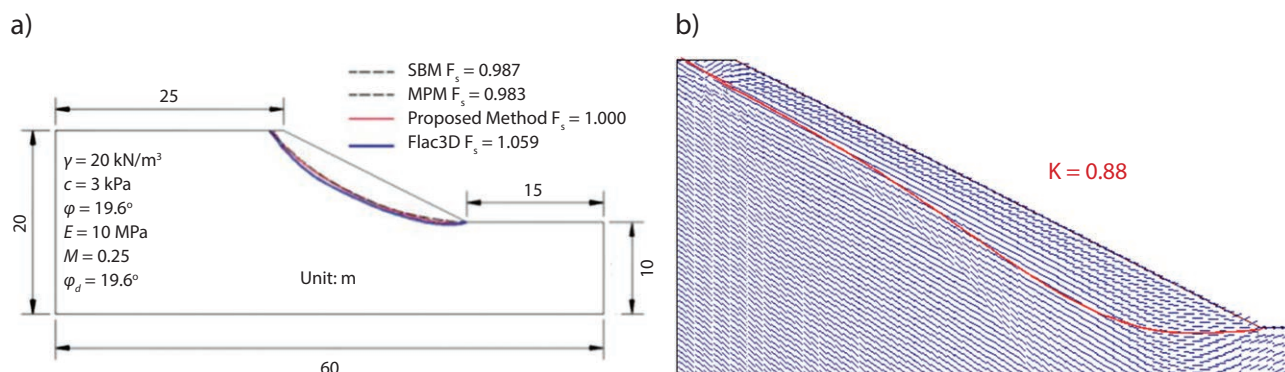


Рис. 5. Расчетная схема однородного откоса по данным работы [22] (a) и фрагмент расчетной схемы для того же объекта, сгенерированной авторами в оболочке компьютерной программы FEA [21] (b)
 Fig. 5. Computational model of a homogeneous slope based on data from [22] (a), and a fragment of the computational model for the same object, generated by the authors using FEA software [21] (b)

На рис. 5 изображены расчетная схема однородного откоса, исследуемого в работе [22], и фрагмент расчетной схемы для того же объекта, сгенерированной в оболочке компьютерной программы FEA [21]. На рис. 5a изображены наиболее вероятные линии скольжения, построенные авторами [22] при использовании нескольких расчетных методов, приведены численные значения соответствующих коэффициентов запаса устойчивости, физико-механические характеристики слагающего грунта и размеры расчетной схемы. Расчетная схема, фрагмент которой приведен на рис. 5b, имеет те же геометрические размеры, ее элементы имеют те же свойства, она состоит из 25 416 элементов, сопряженных в 12 958 узлах. Из этих рисунков видно, что коэффициент запаса устойчивости, рассчитанный в работе [22], равен $F_{st} = 1.00$, а определенный при помощи FEA [21] $K = 0.88$. Разница составляет 12 %, а формы наиболее вероятных линий скольжения существенно отличаются.

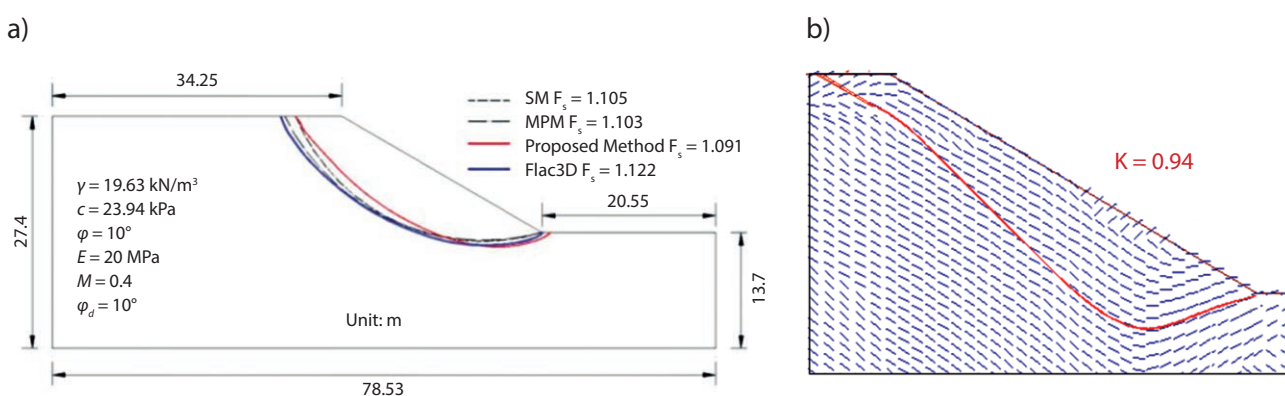


Рис. 6. Расчетная схема однородного откоса по данным работы [22] (a) и фрагмент расчетной схемы, сгенерированной авторами в оболочке компьютерной программы FEA [21] (b) для другого объекта, рассматриваемого в работе [22]
 Fig. 6. Computational model of a homogeneous slope based on data from [22] (a), and a fragment of the computational model, generated by the authors using FEA software [21] (b) for another slope analyzed in [22]

Описание рис. 6 полностью совпадает с вышеприведенным с той лишь разницей, что расчетная схема на рис. 6b состоит из 23 222 элементов, сопряженных в 11 263 узлах, а соответствующие коэффициенты запаса устойчивости равны $F_{st} = 1.091$ и $K = 0.94$. Разница составляет также 12 %.

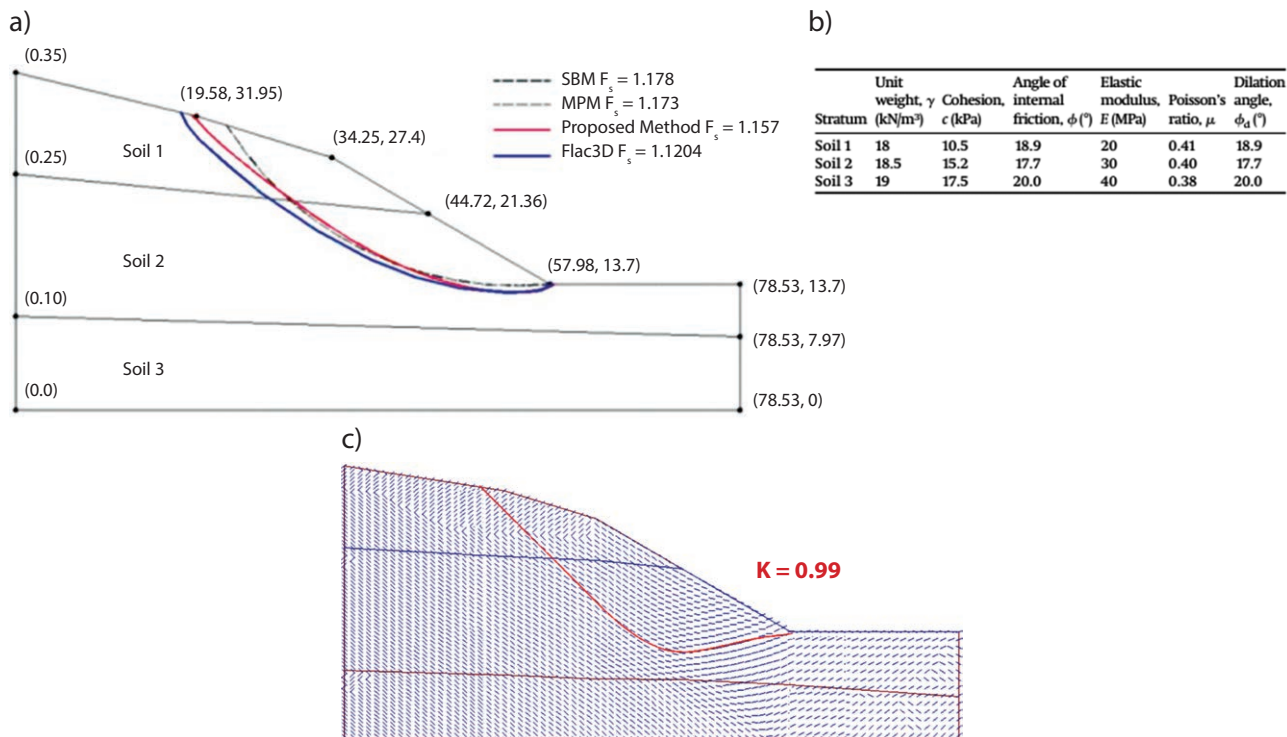


Рис. 7. Расчетная схема слоистого откоса (a), таблица физико-механических свойств (b) [22] и расчетная схема слоистого откоса, построенная авторами в оболочке компьютерной программы FEA (c) (показаны наиболее вероятные площадки сдвига в узлах расчетной схемы и наиболее вероятная линия скольжения)

Fig. 7. Computational model of a layered slope (a), table of physical and mechanical properties (b) [22], and the computational model of a layered slope, developed by the authors using FEA software (c) (the most probable slip surfaces at the computational model nodes and the most probable sliding line are demonstrated)

На рис. 7a изображена расчетная схема слоистого откоса, опорные точки которой имеют геодезические отметки, позволяющие провести ее построение. Здесь же приведены результаты расчета величин коэффициентов запаса устойчивости. На рис. 7b представлены сведения о физико-механических свойствах слагающих грунтов. На рис. 7c изображена расчетная схема неоднородного откоса, построенная в среде программы FEA по данным, имеющимся на рис. 7a, показана наиболее вероятная линия скольжения, ориентация площадок (на рис. 4 и 5 тоже) наиболее вероятного сдвига в точках грунтового массива и приведено значение расчетного коэффициента запаса устойчивости. Из рис. 7a видно, что $F_{st} = 1.157$ и $K = 0.99$, то есть разница составляет 14.5 %.

Пример 3. В работе [27] выполнено сравнение результатов расчета устойчивости однородного «откоса высотой 15 м с углом заложения $\alpha = 30^\circ$, сложенного полутвердой глиной со следующими физико-механическими характеристиками: удельный вес $\gamma = 18.5$ кН/м³, удельное сцепление $c = 19.82$ кПа, угол внутреннего трения $\phi = 14^\circ$, выполненного с использованием программного комплекса Plaxis, реализующего метод конечных элементов в перемещениях» (рис. 8) [27], с результатами расчета устойчивости этого же объекта несколькими классическими методами [6, 28, 29]. При моделировании грунта «использована упругопластическая модель Кулона – Мора [8, 9], которая включает пять основных исходных параметров: модуль Юнга (E), коэффициент Пуассона (ν), угол внутреннего тре-

ния (φ), сцепление (c), угол дилатансии (ψ)» [27], однако численные значения двух первых и последнего параметров в работе не приведены. Кроме того, согласно СП 22.13330.2016¹, указанному значению угла внутреннего трения для полутвердой глины соответствует величина удельного сцепления, которая практически в два раза больше той, что приведена в [27].

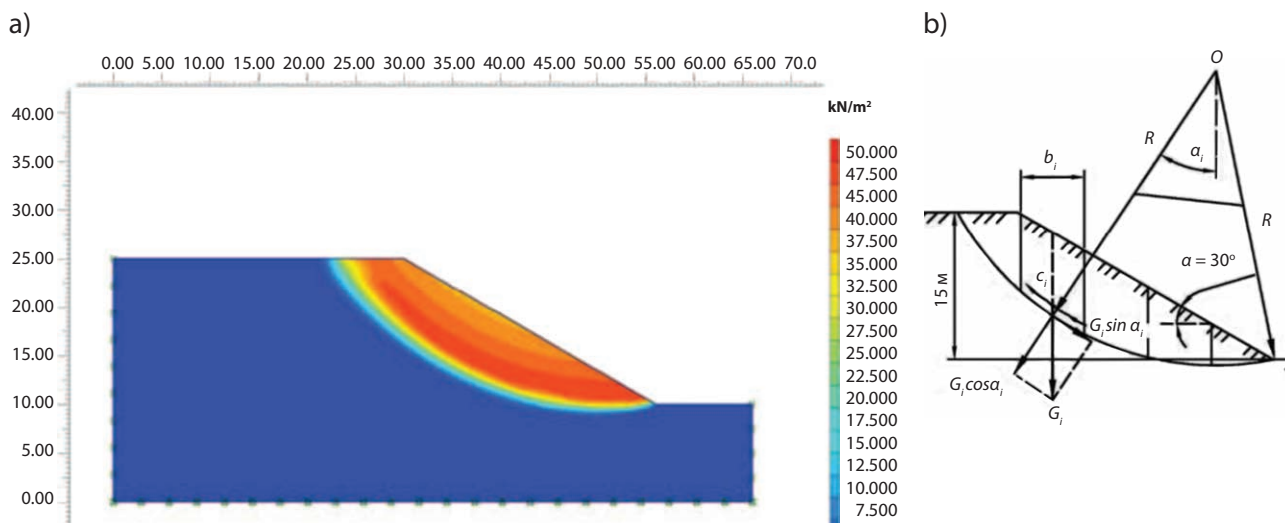


Рис. 8. Изополя полных перемещений грунтового массива при возможном оползне, иллюстрирующие форму скольжения (а) и схема откоса при расчете по методу круглоцилиндрической поверхности скольжения (б) (сохранены подрисовочные подписи, использованные в [27])

Fig. 8. Isofields of total displacements in a soil mass during a potential landslide, illustrating the sliding mechanism (a), and the slope scheme used for calculation by the circular-cylindrical slip surfaces method (b) (original captions from [27] are preserved)

В таблице 3, цитируемой из [27], представлены результаты расчетов величины коэффициента запаса устойчивости различными методами при условии, что линия скольжения является дугой окружности, причем, как известно, расчетные методы [6, 28, 29] не предполагают использования в качестве расчетного параметра коэффициента бокового давления ξ_o (или коэффициента Пуассона).

Таблица 3. Результаты расчетов величины коэффициента запаса устойчивости различными методами
Table 3. Calculation results of the stability margin coefficient using various methods

Метод расчета	k_y	$R, \text{ м}$	$X_o, \text{ м}$	$Y_o, \text{ м}$
Метод Г. Крея	1.1602	30.00	50.21	39.43
Метод К. Терцаги	1.1019	27.00	48.79	36.00
Метод «весового давления»	1.1836	29.00	49.50	38.29
МКЭ, в Plaxis	1.1437	33.80	50.48	43.23

¹ СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений = Soil bases of buildings and structures. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83*: утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 16 декабря 2016 г. № 970/пр и введен в действие с 17 июня 2017 г. URL: <https://docs.cntd.ru/document/456054206> (дата обращения 05.06.2025).

На рис. 9 изображены линии скольжения в однородном откосе, исследуемом в работе [27], построенные методом [17–19] при пяти значениях $\xi_o = 0.3, 0.6, 0.8, 0.96, 0.99$, и соответствующие им величины коэффициентов запаса устойчивости (рис. 9a), а также кривая зависимости $K = f(\xi_o)$, построенная по результатам вычислений (рис. 9b). Совместный анализ данных, приведенных в таблице 3 и на рис. 9, показывает, что при условии $\xi_o \rightarrow 1$ ($\xi_o = 0.99$) численные значения коэффициентов запаса устойчивости, приведенные в [27], отличаются (в той последовательности, что в таблице 3) от значения K , вычисленного методом [17–19], на 1.5, 6.6, 0.3 и 3.1 %. При этом положение и форма линий скольжения очень сильно отличаются.

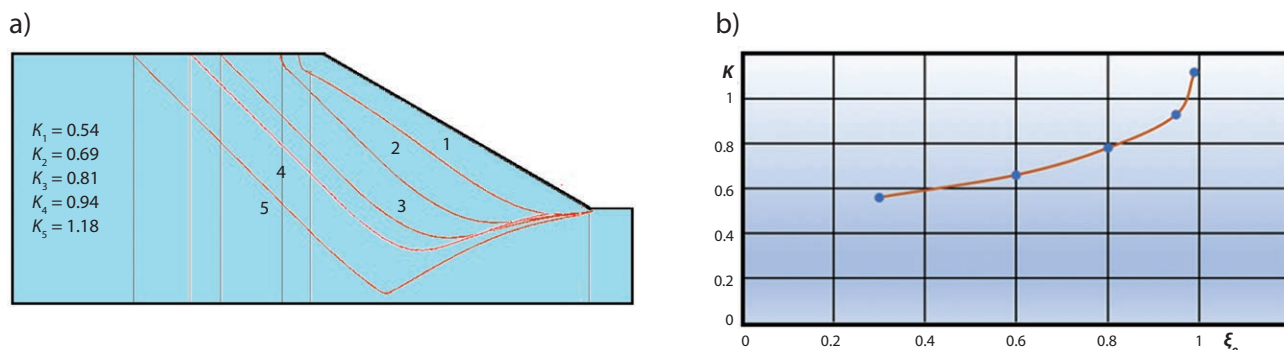


Рис. 9. Линии скольжения, построенные в однородном откосе, исследуемом в работе [27] методом [17–19], при различных значениях коэффициента бокового давления ξ_o и соответствующие им величины коэффициентов запаса устойчивости (a); кривая зависимости $K = f(\xi_o)$, построенная по результатам вычислений (b) (графики построены авторами)

Fig. 9. Sliding lines constructed in a homogeneous slope, investigated in [27] using the method from [17–19], for various lateral pressure coefficient ξ_o with corresponding values of stability margin coefficients (a); the plot $K = f(\xi_o)$ based on the calculation results (b) (authors' plots)

3. Результаты и обсуждение / Results and discussion

Анализ результатов расчетов, выполненных в рамках приведенных выше примеров, показал, что во всех без исключения случаях форма и положение наиболее вероятных линий скольжения и соответствующие им численные значения коэффициентов запаса устойчивости, определенные на основе методов расчета, в основу которых положены SRM и МКЭ [20, 22, 27], существенно отличаются от аналогичных результатов, полученных при помощи методов [17–19], где анализ напряженного состояния объекта исследования также проводится на основе МКЭ. Эти методы базируются на общепринятых в механике грунтов математических теориях и физических принципах. Компьютерные программы, в которых они формализованы, давно и успешно используются в расчетной практике, а результаты, получаемые при их помощи, не подвергаются сомнению. Тем не менее, как показано выше, имеется некоторое несоответствие получаемых результатов. Не вдаваясь в полемику о том, какой из методов «правильнее», попробуем разобраться, за счет чего при всех прочих равных условиях могут возникать ошибки при вычислении коэффициента запаса устойчивости. На наш взгляд, существенным образом на результаты вычислений влияют:

- параметры расчетной схемы МКЭ: размеры, степень дискретизации, граничные условия;
- изменение жесткости механико-математической модели при изменении прочностных (сдвиговых) характеристик грунтов при использовании метода снижения прочности (SRM).

Рассмотрим влияние этих факторов на приведенных ниже примерах.

Влияние размеров расчетной схемы на результат вычислений

На рис. 10a изображена расчетная схема МКЭ однородного откоса с углом $\beta = 30^\circ$ единичной высоты h , сложенного грунтом с единичным удельным весом γ . На расчетную схему, все геометрические размеры которой заданы в долях h , наложены тривиальные граничные условия: в узлах, расположенных

на вертикальных сторонах расчетной схемы, горизонтальные перемещения равны нулю, а вертикальные не ограничены; на горизонтальной границе, напротив, вертикальные перемещения узлов недопустимы, а горизонтальные не ограничены, перемещения нижних угловых узлов ограничены как по вертикали, так и по горизонтали. О степени дискретизации расчетной схемы можно судить по данным, приведенным на этом же рисунке. Все расчеты выполнены при помощи компьютерной программы FEA [21], разработанной авторами. Переменными расчетными параметрами являются удельный вес γ , удельное сцепление c , угол внутреннего трения φ , коэффициент бокового давления ξ_0 и модуль деформации грунта E_0 . Геометрические размеры могут быть заданы обычным образом или (кроме угла внутреннего трения и коэффициента бокового давления) безразмерными числами. В этом случае расчетные параметры, имеющие размерность напряжения, задаются в долях γh , геометрические размеры – в долях h , а u принимается равным безразмерной единице. При этом рассчитанные значения напряжений получаются в долях γh , а перемещений – в долях h . При расчете могут быть учтены сейсмика, уровень и напор грунтовых вод.

На рис. 10 изображены эпюры вертикальных перемещений v (рис. 10b), горизонтальных σ_x (рис. 10c), вертикальных σ_z (рис. 10d) и касательных τ_{xz} (рис. 10e) напряжений, построенных вдоль прямой АВ, расположенной в приоткосной области. Эпюры построены при $\xi_0 = 0.75$ и четырех зна-

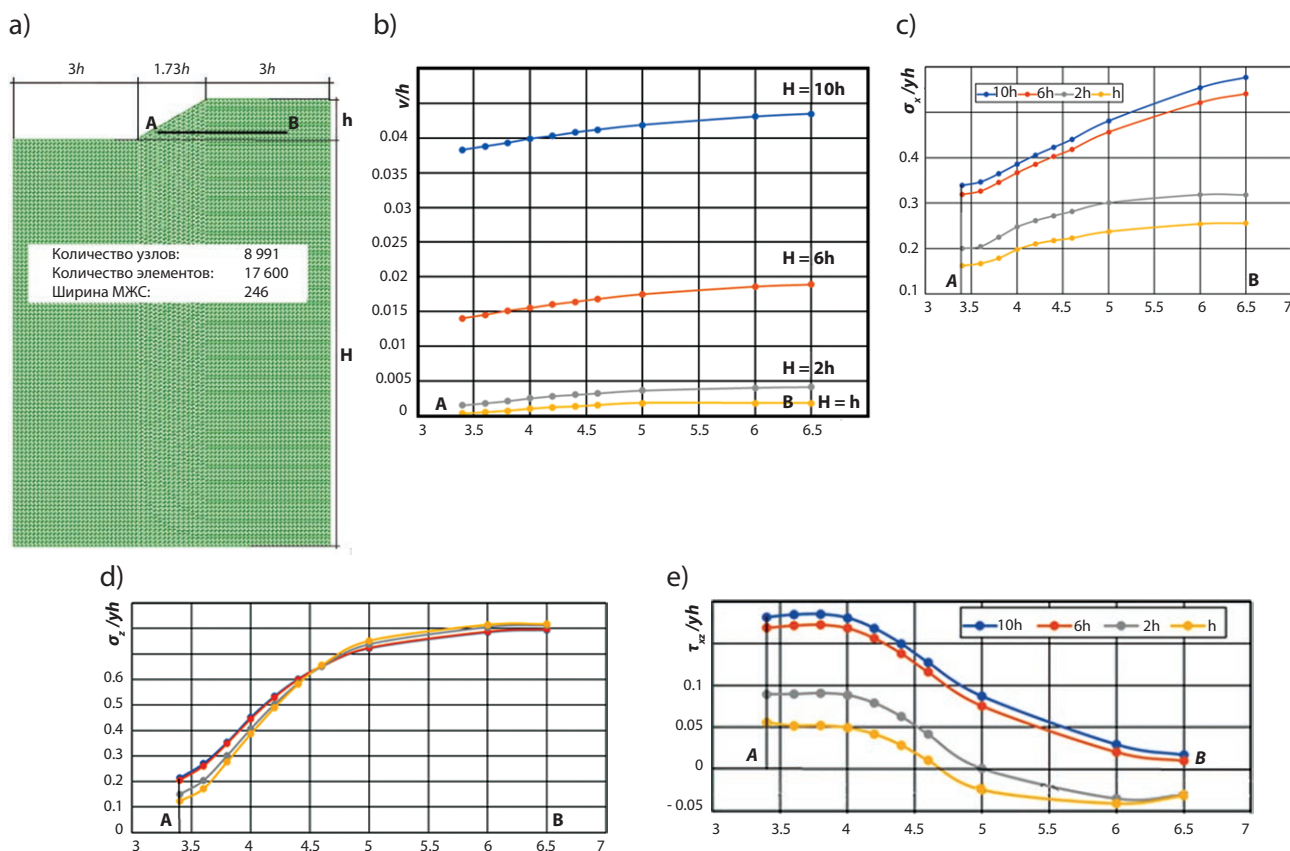


Рис. 10. Расчетная схема однородного откоса (а), эпюры безразмерных (в долях h) вертикальных перемещений v (b) и безразмерных (в долях γh) горизонтальных σ_x (c), вертикальных σ_z (d) и касательных τ_{xz} (e) напряжений, построенных вдоль прямой АВ в приоткосной области при величине коэффициента бокового давления $\xi_0 = 0.75$ (схема и графики построены авторами)

Fig. 10. Computational model of a homogeneous slope (a), diagrams showing dimensionless (in fractions of h) vertical displacements v (b), and dimensionless (in fractions of γh) horizontal σ_x (c), vertical σ_z (d), and tangential τ_{xz} (e) stresses, constructed along line AB in the near-slope area for a lateral pressure coefficient $\xi_0 = 0.75$ (authors' scheme and plots)

чениях расстояния, измеряемого от подошвы откоса до нижней горизонтальной границы расчетной схемы, $H = 10h, 6h, 2h$ и h .

Анализ эпюр показывает, что численные значения вертикальных перемещений одних и тех же точек, расположенных на прямой АВ, могут отличаться на порядок и более в зависимости от размера H . Хорошо известно, что при определении осадок оснований при помощи МКЭ предварительно определяют мощность сжимаемой толщи, величиной которой ограничивают вертикальный размер расчетной схемы. Если этого не сделать, то достоверность полученных результатов будет весьма низкой.

Если говорить о напряжениях, то наименее чувствительными к изменению величины H являются вертикальные σ_z напряжения. Горизонтальные σ_x и касательные τ_{zx} напряжения весьма чувствительны к изменению величины H – при ее увеличении от h до $10h$ при всех прочих равных условиях их рост достигает 300–450 % и более.

Почему-то при расчете устойчивости откосов методом снижения прочности при помощи МКЭ процедура отработки размеров расчетной схемы не предусмотрена, несмотря на то, что и напряжения, и перемещения являются параметрами, определяющими величину коэффициента запаса устойчивости исследуемого объекта. Отметим еще одно обстоятельство. Если количество элементов в расчетной схеме уменьшить до 4 800 (число узлов уменьшится до 2 501, а ширина матрицы жесткости до 136), то все три компоненты напряжения в соответствующих точках изменятся лишь на 2.5–7 %. При этом чем дальше расположена рассматриваемая точка от точки А, тем меньше изменяются величины компонент напряжения. Если, наоборот, увеличить количество элементов в расчетной схеме до 28 000 (количество узлов возрастет до 14 241, а ширина матрицы жесткости до 306), то напряжения в точках, лежащих на первой трети длины отрезка АВ, изменятся на 7–22 %, а напряжения в точках, лежащих на больших расстояниях от точки А, – лишь на 0.17–5.1 %. Увеличение горизонтального размера расчетной схемы также влечет за собой изменение напряжений в рассматриваемых точках, но это изменение будет гораздо менее существенным, чем в первом случае.

Таким образом и геометрические размеры расчетной схемы МКЭ, и степень ее дискретизации, и граничные условия (последнее очевидно) будут оказывать влияние на результат вычисления величины коэффициента запаса устойчивости откоса методом снижения прочности при определении его напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов.

Изменение физико-механических свойств

Выше говорилось о том, что использование метода снижения прочности предполагает постепенное снижение прочностных свойств грунта до достижения им предельного состояния (формулы (1) и (2)). Очевидно, что снижение прочностных свойств влечет за собой и изменение жесткости грунтового массива, то есть его модуля деформации E_0 и коэффициента бокового давления ξ_0 , связанного с коэффициентом Пуассона известным соотношением. Это обстоятельство не учитывается при проведении расчетов методом снижения прочности.

Влияние изменения угла внутреннего трения и коэффициента бокового давления на результаты вычислений

Нам не удалось отыскать аналитических зависимостей, связывающих прочностные свойства грунта с его модулем деформации, но зависимостей, связывающих угол внутреннего трения φ и коэффициент бокового давления грунта (коэффициент Пуассона), существует великое множество [30], часть из них приведена в таблице 4, а на рис. 11 приведены кривые вида $\xi_0 = f(\varphi)$, построенные на основе выражений, содержащихся в этой таблице.

Теоретически величина коэффициента бокового давления изменяется в интервале $\xi_0 \in (0; 1)$. Необходимо дать ответ на вопрос, какую формулу из таблицы 4 необходимо использовать, чтобы обеспечить максимальную достоверность результата, ведь при равных φ эти формулы дают значения ξ_0 , отличающиеся друг от друга на 30–45 %.

Таблица 4. Таблица формул для вычисления величины ξ_o
Table 4. Table of formulas for calculating ξ_o

Автор	Формула
Яки [31]	$\xi_o = 1 - \sin \varphi$
Флорин [32]	$\xi_o = tg^2 (45^\circ - \varphi / 2)$
Хартман [33]	$\xi_o = \frac{1 - \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi}$
Франке [34]	$\xi_o = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (0.75 + 0.25)^{\sin \varphi}$
Яки – Хартман [31]	$\xi_o = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \left(1 + \frac{2}{3} \sin \varphi \right)$
Бергер [35]	$\xi_o = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} (1 + \sqrt{0.5 \varphi})$
Пузыревский [36]	$\xi_o = \frac{1}{1 + \frac{\pi}{2} \sin \varphi}$

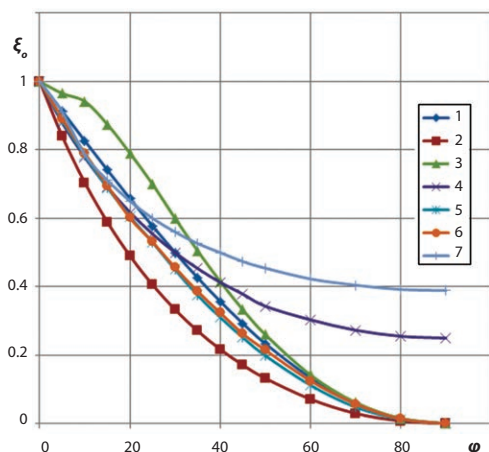


Рис. 11. Графические зависимости вида $\xi_o = f(\varphi)$, построенные по формулам таблицы 4 [37]
Fig. 11. Plots of $\xi_o = f(\varphi)$, based on the formulas in Table 4 [37]

процедуре метода снижения прочности (SRM). Эту процедуру назовем модернизированным методом снижения прочности (MSRM). Все расчеты необходимо выполнить трижды: при постоянном значении $\xi_o = 0.45$, которое указано в условии, и при изменяющейся на каждом этапе величине коэффициента бокового давления грунта, которая пересчитывается для каждого этапа по формулам В. А. Флорина [32] и П. Майне и Ф. Кулхавы [39].

На рис. 12 приведена расчетная схема исследуемого откоса, на которую наложены тривиальные граничные условия с указанием ее геометрических размеров и степени дискретизации. Здесь же показаны построенные в оболочке программы FEA [21] площадки наиболее вероятного сдвига в теле откоса и наиболее вероятная линия скольжения с указанием величины соответствующего коэффициента запаса устойчивости. В результате расчета оказалось, что $K = 1.27$. Кроме того, при

Попытка ответить на этот вопрос сделана авторами в работе [38], где приведено аналитическое решение задачи об определении величины коэффициента бокового давления в однородной грунтовой полуплоскости, находящейся в предельном состоянии. В результате оказалось, что численные значения коэффициента бокового давления, рассчитанные при помощи полученного решения, отличаются от значений ξ_o , вычисленных по формуле В. А. Флорина [32] для тех же значений φ , не более чем на 1.9 %. Поэтому при расчете устойчивости откосов методом снижения прочности промежуточные значения ξ_o авторы считают возможным определять по формуле В. А. Флорина (таблица 4).

В контексте вышесказанного рассмотрим следующий пример.

Пусть однородный откос с углом заложения $\beta = 20^\circ$ и высотой $H = 10$ м сложен однородным суглинком, имеющим следующие физико-механические свойства: $e = 0.65$, $0.25 \leq I_L \leq 0.5$, удельный вес $\gamma = 18.9$ кН/м³, сцепление $c = 28$ кПа, угол внутреннего трения $\varphi = 22^\circ$, модуль деформации $E_o = 22$ МПа, коэффициент бокового давления $\xi_o = 0.45$ (коэффициент Пуассона $\nu = 0.31$). Грунт не является переуплотненным, коэффициент переуплотнения OCR = 1.

Необходимо определить величину коэффициента запаса устойчивости этого откоса при помощи компьютерной программы FEA [21], а затем, постепенно снижая численные значения тангенса угла внутреннего трения $tg \varphi$ и сцепления c в одинаковое количество раз (пересчитывая на каждом шаге вычисления значения φ и ξ_o) определить такое значение R , при котором $K = 1$, то есть выполнить процедуру, аналогичную

проведении расчетов установлено, что форма и положение линий скольжения при перерасчете ξ_0 меняются незначительно и их нет смысла приводить в статье.

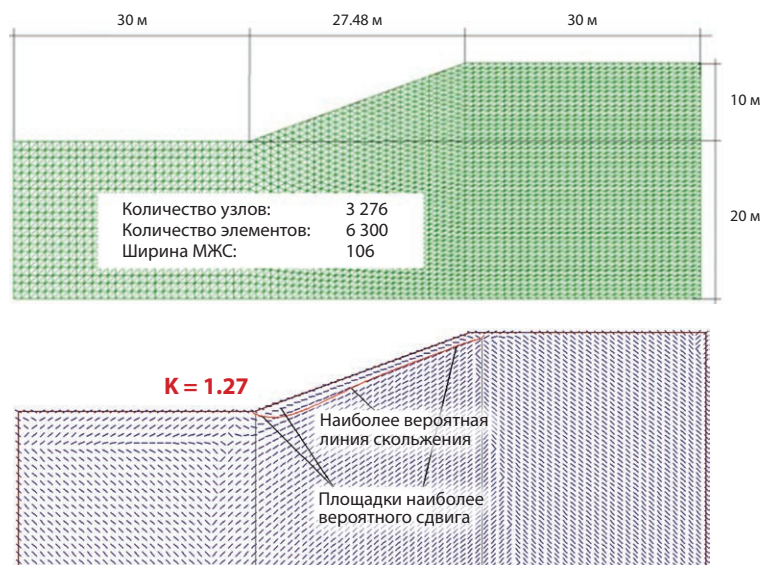


Рис. 12. Расчетная схема откоса, построенная авторами в оболочке программы FEA (a), площадки наиболее вероятного сдвига, наиболее вероятная линия скольжения и соответствующее ей значение коэффициента запаса устойчивости (b)

Fig. 12. Computational model of a slope, generated by the authors using FEA software (a), surfaces of the most probable shear, the most probable sliding line, and the corresponding stability safety factor value (b)

Таблица 5. Результаты вычисления величины K
Table 5. Results of K-value calculations

R	tg φ	φ	c/γH	ξ ₀ [32]	ξ ₀ [39]	K _c	K [32]	K [39]
1.00	0.4040	22.00	0.148	0.4500	0.6201	1.27	1.28	1.38
1.05	0.3848	21.05	0.141	0.4724	0.6908	1.21	1.22	1.34
1.10	0.3673	20.16	0.1345	0.4874	0.6553	1.16	1.18	1.28
1.15	0.3513	19.35	0.1287	0.5022	0.6687	1.11	1.14	1.24
1.20	0.3367	18.60	0.1233	0.5163	0.6810	1.06	1.1	1.20
1.25	0.3232	17.90	0.1184	0.5298	0.6926	1.01	1.06	1.16
1.30	0.3108	17.20	0.1138	0.5436	0.7043	0.95	1.03	1.12
1.32	0.3061	17.01	0.1121	0.5475	0.7060	0.93	1.01	1.11
1.35	0.2992	16.55	0.1096	0.5566	0.7151	0.90	0.97	1.09
1.40	0.2886	16.10	0.1057	0.5658	0.7227	0.87	0.94	1.06
1.50	0.2693	15.07	0.0987	0.5873	0.7399	0.83	0.90	1.00

В таблице 5 приведены численные значения переменных расчетных параметров, которые используются при решении задачи в среде компьютерной программы FEA [21]. В последних трех столбцах приведены численные значения коэффициентов запаса устойчивости, вычисленных при $\xi_0 = 0.45 = const$ и при значениях коэффициента бокового давления грунта, которые пересчитаны по мере уменьшения величины φ по формулам В. А. Флорина [32], что рекомендовано в [38], и П. Майне и Ф. Кулхавы [39]:

$$\xi_0^{oc} = (1 - \sin\varphi) OCR^{\sin\varphi}, \quad (10)$$

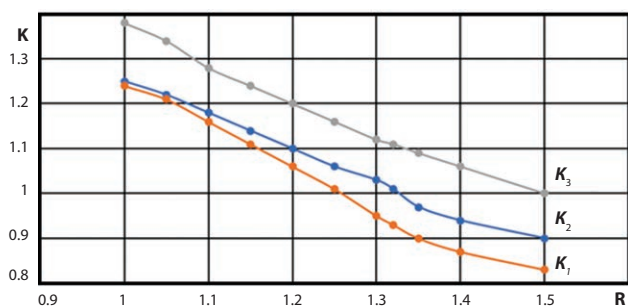


Рис. 13. Кривые зависимостей $K = f(R)$:
 K_1 соответствует значению $\xi_0 = 0.45 = \text{const}$,
 K_2 — значению ξ_0 , пересчитанному по формуле В. А.
Флорина [32], как рекомендовано в [38],
а K_3 соответствует значению ξ_0 , пересчитанному
по формуле Дж. Яки [31], как рекомендовано в [39]
(график построен авторами)
Fig. 13. Plots of $K = f(R)$: K_1 corresponds to the value
 $\xi_0 = 0.45 = \text{const}$, K_2 corresponds to ξ_0 recalculated using
V.A. Florin's formula [32], as recommended in [38], and K_3
corresponds to ξ_0 recalculated using J. Jaky's formula [31],
as recommended in [39] (plot constructed by the authors)

терной программы FEA, реализующей метод [17–19], при детерминированном расчете и постоянном значении $\xi_0 = 0.43$ дает $K = 1.2574$ – наименьшее из полученных значений. Если учесть изменение жесткости грунтового массива, обусловленного увеличением только коэффициента бокового давления грунта, то происходит увеличение расчетного значения коэффициента запаса устойчивости до величины $K = 1.3253$, если величина ξ_0 пересчитывается по формуле В. А. Флорина [32] (рост 5.4 %), и до величины $K = 1.5$, если ξ_0 пересчитывается по формуле Дж. Яки [31] (рост 19.29 %).

Для объективного сравнения полученных нами результатов со значениями коэффициентов запаса устойчивости, получаемых для данного примера при помощи сертифицированных компьютерных программ, формализующих SMR, мы обратились с просьбой провести соответствующие вычисления к коллегам: доктору технических наук О. А. Маковецкому (Пермский национальный исследовательский политехнический университет), доктору технических наук М. Б. Мариничеву (Кубанский государственный аграрный университет) и доктору технических наук Я. А. Пронозину (Тюменский индустриальный университет). Оказалось, что численные значения коэффициентов запаса устойчивости оказались равны: $K = 2.6488$ (Plaxis 2D v20.0) и $K = 2.71–2.8688$ (Midas GTS NX 2025), то есть превышают значение коэффициента запаса, вычисленное при помощи компьютерной программы FEA [21] с использованием процедуры снижения прочности и пересчете соответствующих значений φ и ξ_0 , в 1.7688–1.9125 раза.

Влияние вариации значений угла внутреннего трения на величину модуля общей деформации

В предыдущем подразделе показано, как влияет изменение величины угла внутреннего трения φ на величину коэффициента бокового давления слагающего грунта ξ_0 и на результат расчета величины коэффициента запаса устойчивости откоса методом снижения прочности. Разберем, какая формальная связь существует между величинами коэффициента бокового давления ξ_0 и модуля общей деформации грунта E_0 . Если таковая существует, то изменение величины φ , влекущее за собой, как показано выше, изменение величины ξ_0 , непременно должно изменить величину E_0 и каким-то образом отразиться на результате вычисления величины коэффициента запаса устойчивости откоса при помощи SRM.

которая рекомендована для связных грунтов. Отметим, что формула (10) вырождается в известную формулу Дж. Яки [31] для нормально уплотненных грунтов, то есть при величине коэффициента переуплотнения $OCR = 1$.

На рис. 13 приведены кривые вида $K = f(R)$, построенные на основе данных, приведенных в таблице 5. Отметим, что каждая из этих линий с достоверностью не менее 96 % может быть аппроксимирована прямой.

Напомним, что, согласно SRM, численные значения коэффициентов запаса устойчивости равны величинам R , при которых откос приходит в предельное равновесие, то есть $K = 1$. Анализ этих кривых показывает, что $K_c = R_c = 1.2574$, $K [32] = R [32] = 1.3253$, $K [39] = R [39] = 1.5$. Нетрудно увидеть, что $K [39] > K [32] > K_c$ и разница между $K [32]$ и K_c составляет 5.4 %, а между $K [39]$ и K_c – 19.29 %.

Таким образом, совместное использование процедуры понижения прочности и компью-

Наиболее распространенным способом определения модуля деформации E_o и модуля упругости E грунтов является использование результатов компрессионных испытаний. В случае использования модели линейно деформируемой среды из линейных зависимостей обобщенного закона Гука легко получить выражение, связывающее относительную объемную деформацию с коэффициентом Пуассона ν , модулем упругости E и суммой главных напряжений θ в виде

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{1+2\nu}{E} \cdot \theta. \quad (11)$$

Используя прием «спрямленной» компрессионной зависимости и учитывая взаимную связь коэффициентов бокового давления и Пуассона, легко привести выражение (11) к виду

$$E = \frac{(1-\xi_o)(1+2\xi_o)}{1+\xi_o} \cdot \frac{1+e}{a} = \beta \cdot \frac{1+e}{a}. \quad (12)$$

Следовательно, используя результаты компрессионных испытаний и полевых или лабораторных опытов по определению величины коэффициента бокового давления, можно вычислить модуль линейно-упругой деформации E . Причем в зависимости от того, является ли a коэффициентом уплотнения, полученным при нагружении и учитывающим развитие упругих и остаточных деформаций, или a получен при разгрузке образца (коэффициент разбухания a_p), величина E является модулем общей деформации или модулем упругости (в используемых нами обозначениях E_o и E соответственно).

В общем случае для упругого изотропного тела справедливо соотношение

$$E_o = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (13)$$

Для практических целей часто используют упрощенное соотношение

$$E_o \approx (1-2\nu)E. \quad (14)$$

Используя известное соотношение между коэффициентом Пуассона и коэффициентом бокового давления $\nu = \frac{\xi_o}{1+\xi_o}$ легко установить формальную (косвенную) связь между коэффициентом бокового давления и модулем общей деформации. Подставляя упомянутое выше соотношение в формулу (13), а затем, упрощая полученное выражение, запишем

$$E_o = E [(1+2\xi_o)(1-\xi_o)]^{-1}. \quad (15)$$

Анализ формулы (15) позволяет сделать заключение о том, что при увеличении коэффициента бокового давления ξ_o (когда уменьшается угол внутреннего трения) величина модуля общей деформации E_o уменьшается. Этот вывод понятен с физической точки зрения – чем больше ξ_o , тем в большей степени грунт при нагрузке расширяется в стороны, а значит, тем больше его пластичность и меньше модуль упругости, а следовательно, и модуль общей деформации. Учитывая формулу (15) и то обстоятельство, что $\xi_o = f(\varphi)$ (см. формулы из таблицы 4), можно утверждать, что изменение угла внутреннего трения грунта влечет за собой изменение его модуля деформации E_o .

Модуль общей деформации и сцепление

Прямой функциональной зависимости вида $c = f(E_o)$, по всей видимости, не существует. Это объясняется тем, что механизмы проявления этих величин различны: c определяет величину сопротивления разрушению (сдвигу, разрыву) связей (кристаллических, коллоидных, электростатических и др.) между отдельными частицами грунта, то есть прочность, а E_o определяет величину упруго-пла-

стической деформации скелета грунта при некотором силовом воздействии, то есть его жесткость. Это обстоятельство определяет то положение, что для практических целей эти параметры определяют независимо: c при помощи испытаний на сдвиг (срез, трехосное сжатие), а E_o , например, при помощи компрессионных испытаний.

Однако существует косвенная корреляция между этими параметрами: они оба растут при улучшении качества грунта. Для связных грунтов, например, увеличение плотности влечет за собой увеличение числа контактов между частицами грунта, уменьшение пористости и повышает жесткость – эти факторы определяют одновременное увеличение сцепления c и модуля общей деформации E_o . При уменьшении влажности укрепляются капиллярные и кристаллические связи, что повышает сцепление. При этом грунт становится менее сжимаемым, то есть повышается его модуль общей деформации.

Очевидно, что при увеличении плотности и снижении влажности связного грунта, которое, как показано выше, увеличивает сцепление и модуль общей деформации, величина коэффициента бокового давления грунта будет снижаться как следствие увеличения жесткости последнего.

Из сказанного следует, что изменение прочностных характеристик связного грунта влечет за собой изменение его деформационных характеристик и должно оказывать влияние на результаты расчетов устойчивости откосов, сложенных связными грунтами, выполняемых при помощи SRM.

4. Заключение / Conclusions

Выше показано, что величина коэффициента запаса устойчивости однородных и слоистых откосов, отыскиваемая на основе анализа напряженного состояния приоткосной области численными методами, зависит от размеров расчетной схемы и степени ее дискретизации, жесткости грунтового массива.

Изменение размеров расчетной схемы при всех прочих равных условиях влечет за собой существенное изменение компонент напряжения σ_x ; σ_y и τ_{xy} (σ_x в меньшей степени) и перемещений ε_x и ε_y в точках приоткосной области, а процедура поэтапного уменьшения (увеличения) прочностных свойств c и φ слагающего грунта (грунтов), предусмотренная при использовании SRM, определяет изменение жесткости грунтового массива – численных значений величины коэффициента бокового давления ξ_o и модуля деформации E_o .

В работах [40–43] говорится, что результаты SRM применительно к расчету устойчивости откосов и склонов существенно зависят от угла внутреннего трения φ и сцепления c слагающего грунта, что констатируется во всех четырех работах и качественно совпадает с результатами, полученными авторами настоящей работы. В свою очередь в работе [40] со ссылкой на публикацию [43] утверждается, что величина K мало зависит от модуля деформации упругости E и коэффициента Пуассона ν (авторы используют для грунтов величины E_o и ξ_o , функционально связанные с E и ν соответственно). По этому поводу отметим следующее. Величина модуля деформации однородного грунтового массива не оказывает влияния на величины напряжений, вычисляемых при помощи МКЭ, но в неоднородных массивах напряжения зависят от отношения модулей деформации слагающих грунтов. Чем больше по величине это отношение, тем большее влияние оно оказывает на величины напряжений. Величина коэффициента Пуассона влияет на напряженное состояние как однородного, так и неоднородного грунтового массива, а напряжения, как известно (см. формулу (3)), определяют величину осевой деформации, являющейся критерием, определяющим наступление предельного состояния при использовании SRM. С другой стороны, чем меньше величина модуля деформации (или упругости), тем больше при одинаковой интенсивности полей напряжений величина деформации, а это значит, что предельная величина деформации, при которой фиксируется потеря откосом устойчивости, может быть достигнута при меньшем значении R , что определяет и меньшее значение соответствующего коэффициента запаса устойчивости.

Игнорирование этих обстоятельств оказывает влияние на степень достоверности результатов, получаемых на основе методов (в том числе и SRM), основанных на результатах численного анализа напряженно-деформированного состояния грунтового массива. Однако вычислительные процедуры, выполняемые при использовании этих методов, не предусматривают каких-либо действий, позволяющих нивелировать влияние перечисленных выше обстоятельств.

Следовательно, существует необходимость проведения дополнительных исследований с целью определения степени влияния перечисленных выше факторов на результаты вычислений коэффициентов запаса устойчивости методами, основанными на численном анализе напряженно-деформированного состояния приоткосной области, в частности, SMR. Если количественная оценка этого влияния покажет, что оно является существенным, то необходимо будет вносить изменения или дополнения (корректировки) в вычислительную процедуру.



Вклад авторов. Все авторы внесли равный вклад в подготовку публикации.

Author contributions. All authors contributed equally to preparing the publication.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest. The authors declare no relevant conflict of interest.

Список литературы

1. Zienkiewicz O. C., Humpheson C., Lewis R. W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*. 1975;25(4):671–689. <https://doi.org/10.1680/geot.1975.25.4.671>
2. Duncan J. M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1996;122:577–596. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:7\(577\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577))
3. Griffiths D. V., Lane P. A. Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*. 1999;49(3):387–403. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387>
4. Matsui T., San K. C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*. 1992;32(1):59–70. <https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59>
5. Zhao S. Y., Zheng Y. R., Zhang Y. F. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method. *Rock and Soil Mechanics*. 2005;2:332–336.
6. *Проблемы Волго-Каспия. Труды Ноябрьской сессии 1933 года.* Ленинград: Издательство Академии наук СССР; 1934. Т. 1. 628 с. URL: <https://archive.org/details/problemyvolgokaspjal1934trudyno61/page/n5/mode/2up>
7. Чугаев Р. Р. *Расчет устойчивости земляных откосов и бетонных плотин на нескальном основании по методу круглоцилиндрических поверхностей обрушения.* Москва, Ленинград: Госэнергоиздат; 1963. 144 с. URL: <https://djvu.online/file/lns7g03lCqIb>
8. Coulomb C. A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture. In: *Mémoires de mathématique et de physique*. Paris: De l'Imprimerie Royale; 1776. Vol. 7. P. 343–387.
9. Coulomb C. A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture. In: *Memories de savants strangers de L'Academie des sciences de Paris*. Paris; 1773. 233 p.
10. Diederichs M. S., Lato M., Hammah R. E. Quinn P. Shear strength reduction approach for slope stability analysis. In: *Rock Mechanics: Meeting Society's Challenges and Demands*. 2007. P. 319–327. <https://doi.org/10.1201/NOE0415444019-c39>
11. Duncan J. M. Chang C. Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. In: *Proceedings of the American society of civil engineers*. 1970;96(SM5):1629–1653.
12. Matsui T., San K.-C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*. 1992;32(1):59–70. <https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59>
13. Xu W. Y., Xiao W. Study on slope failure criterion based on strength reduction and gravity increase method. *Yantu Lixue/Rock and Soil Mechanics*. 2007;28(3):505–511.
14. Bishop A. W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*. 1955;5(1):7–17. <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>

15. Morgenstern N. R., Price V. E. The analysis of the stability of general slip surface. *Geotechnique*. 1965;15(1):79–93. <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>
16. Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*. 1968;18(3):384–386. <https://doi.org/10.1680/geot.1968.18.3.384>
17. Цветков В. К. *Расчет рациональных параметров горных выработок: справочное пособие*. Москва: Недра; 1993.
18. Цветков В. К. *Расчет устойчивости откосов и склонов*. Волгоград: Нижне-Волжское кн. из-во; 1979. 238 с.
19. Богомолов А. Н. *Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке*. Пермь: ПГТУ; 1996. 149 с. <https://elibrary.ru/reijbz>
20. Sarkar S., Chakraborty M. Stability analysis for two-layered slopes by using the strength reduction method. *Geo-Engineering*. 2021;12:24. <https://doi.org/10.1186/s40703-021-00153-4>
21. Богомолов А. Н., Богомолова О. А., Редин А. В., Ушаков А. Н. *FEA*. Российская Федерация. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617889. 23 июля 2015 года. URL: https://vgasu.ru/upload/files/patent/2015_sv2015617889.pdf
22. Xiao S., Guo W. D., Zeng J. Factor of safety of slope stability from deformation energy. *Canadian Geotechnical Journal*. 2018;55(2):296–302. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0527>
23. Ekanayake J. C., Phillips C. J. A method for stability analysis of vegetated hillslopes: an energy approach. *Canadian Geotechnical Journal*. 1999;36(6):1172–1184. <https://doi.org/10.1139/t99-060>
24. Xiao S., Yan L., Cheng Z. A method combining numerical analysis and limit equilibrium theory to determine potential slip surfaces in soil slopes. *Journal of Mountain Science*. 2011;8(5):718–727. <https://dx.doi.org/10.1007/s11629-011-2070-2>
25. Bogomolov A. N., Bogomolova O. A., Potapova N. N., Soloviov A. V., Ethevski A. V., Babahanov B. S. Energy method for calculating the stability of loaded slopes. In: *The mutual activities of the local executive power and municipalities in the preparation of the people, economy and environment for the protection*. Baku, November 15–16, 2011. P. 122–124.
26. Ushakov A. N., Bogomolov A. N., Bogomolova O. A. Calculation of slopes stability based on the energy approach. In: *Challenges and innovations in geotechnics*. Paris; 2013. Vol. 1. P. 2145–2148.
27. Леханова К. В., Новодзинский А. Л. Сравнение численных и аналитических методов расчета устойчивости грунтовых откосов. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура*. 2011;(1):45–50. <https://elibrary.ru/ojhlsp>
28. Крей Х. *Теория давления земли и сопротивления грунтов нагрузке*. Москва, Ленинград: Гос. научно-техническое изд-во строительной индустрии и судостроения; 1932. 294 с.
29. Terzaghi K. The mechanics of, shear failures on clay slopes and the creep of retaining walls. *Public Roads*. 1929;10(10):177–192. (In Germ.)
30. Черняев В. Ф. К определению коэффициента бокового давления покоя. В сб.: *Основания и фундаменты. Сборник № 2*. Воронеж: ВИСИ; 1975. С. 79–93.
31. Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest. *Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers*. 1944;78:355–358. (In Hung.).
32. Флорин В. А. *Основы механики грунтов. Том 1. Общие зависимости и напряженное состояние оснований сооружений*. Москва, Ленинград: Госстройиздат; 1959. 360 с. URL: <https://djvu.online/file/ol0zwnmwaBC3E>
33. Hartmann F. Die berechnung des Ruhedruck in Rohasionslosen Boden bei waagerechter Oberflache. *Bautechnick*. 1967;44(11):382–385. (In Germ.)
34. Franke E. Ruhedruck in Ruhasionslosen Boden in ebenen Fall. *Bautechnick*. 1967;44(2):42–47. (In Germ.)
35. Berger Y. Der Ruhedruck in der Praxis. *Bauingeniering*. 1966;(3). (In Germ.)
36. Пузыревский Н. П. *Фундаменты*. Ленинград: ГНТИ Госстройиздат; 1934. 516 с.
37. Бартоломей Л. А., Богомолова О. А., Гейдт В. Д., Гейдт А. В. Сопоставление величин расчетного сопротивления грунтового основания ленточного фундамента, полученных разными методами. *Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура*. 2023;(3–4):5–14. URL: https://vgasu.ru/upload/files/112023/sa_3-4_92.pdf
38. Богомолов А. Н., Вихарева О. А., Шиян В. И. К вопросу о минимальных значениях коэффициента бокового давления грунтов. *Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура*. 2007;(7):6–11. URL: <https://vgasu.ru/upload/files/science/sia-7-26.pdf>

39. Mayne P. W., Kulhawy F. H. Ko-OCR Relationships in Soil. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 1982;108(6):851-872. <https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0001306>
40. Gu Y., Yuan Y., Xue K., Yin Y., Lu S. Jiang X. A novel strength reduction method for a slope stability assessment based on a finite element method. *Processes*. 2024;12(10):2273. <https://doi.org/10.3390/pr12102273>
41. Kadakci Koca, T., Koca, M. Y. Comparative analyses of finite element and limit-equilibrium methods for heavily fractured rock slopes. *Journal of Earth System Science*. 2020;129:49. <https://doi.org/10.1007/s12040-019-1314-3>
42. Liu F. Stability analysis of geotechnical slope based on strength reduction method. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2020;38:3653–3665. <https://doi.org/10.1007/s10706-020-01243-3>
43. Karthik A. V. R., Manideep R., Chavda J. T. Sensitivity analysis of slope stability using finite element method. *Innovative Infrastructure Solutions*. 2022;7:184. <https://doi.org/10.1007/s41062-022-00782-3>

References

1. Zienkiewicz O. C., Humpheson C., Lewis R. W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*. 1975;25(4):671–689. <https://doi.org/10.1680/geot.1975.25.4.671>
2. Duncan J. M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1996;122:577–596. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:7\(577\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577))
3. Griffiths D. V., Lane P. A. Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*. 1999;49(3):387–403. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387>
4. Matsui T., San K. C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*. 1992;32(1):59–70. <https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59>
5. Zhao S. Y., Zheng Y. R., Zhang Y. F. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method. *Rock and Soil Mechanics*. 2005;2:332–336.
6. *Problems of the Volga-Caspian region. Proceedings of the November session of 1933*. Leningrad: Izdatel'stvo Akademii nauk SSSR; 1934. Vol. 1. 628 p. (In Russ.) URL: <https://archive.org/details/problemyvolgokaspikal1934trudyno61/page/n5/mode/2up>
7. Chugayev R. R. *Calculation of the stability of earthen slopes and concrete dams on non-rocky foundations using the circular cylindrical collapse surface method*. Moscow, Leningrad: Gosenergoizdat; 1963. 144 p. (In Russ.) URL: <https://djvu.online/file/lNs7g03ILCqlb>
8. Coulomb C. A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture. In: *Mémoires de mathématique et de physique*. Paris: De l'Imprimerie Royale; 1776. Vol. 7. P. 343–387. (In French)
9. Coulomb C. A. Application des riles de maximus et minimis a quelques problemes de statique relatifs a L'architecture. In: *Memories of savants strangers de L'Academie des sciences de Paris*. Paris; 1773. (In French)
10. Diederichs M. S., Lato M., Hammah R. E. Quinn P. Shear strength reduction approach for slope stability analysis. In: *Rock Mechanics: Meeting Society's Challenges and Demands*. 2007. P. 319–327. <https://doi.org/10.1201/NOE0415444019-c39>
11. Duncan J. M. Chang C. Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. In: *Proceedings of the American society of civil engineers*. 1970;96(SM5):1629–1653.
12. Matsui T., San K.-C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*. 1992;32(1):59–70. <https://doi.org/10.3208/sandf1972.32.59>
13. Xu W. Y., Xiao W. Study on slope failure criterion based on strength reduction and gravity increase method. *Yantu Lixue/Rock and Soil Mechanics*. 2007;28(3):505–511.
14. Bishop A. W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*. 1955;5(1):7–17. <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>
15. Morgenstern N. R., Price V. E. The analysis of the stability of general slip surface. *Geotechnique*. 1965;15(1):79–93. <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>
16. Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*. 1968;18(3):384–386. <https://doi.org/10.1680/geot.1968.18.3.384>
17. Tsvetkov V. K. *Calculation of Rational Parameters of Mine Workings: A Reference Guide*. Moscow: Nedra; 1993. (In Russ.)
18. Tsvetkov V. K. *Calculation of slope stability*. Volgograd: Nizhne-Volzhskoye kn. iz-vo; 1979. 238 p. (In Russ.)

19. Bogomolov A. N. *The calculation of the bearing capacity of ground structures and stability of soil masses in elastic-plastic formulation*. Perm': PGTU. 1996. 149 p. (In Russ.) <https://elibrary.ru/reijbz>
20. Sarkar S., Chakraborty M. Stability analysis for two-layered slopes by using the strength reduction method. *Geo-Engineering*. 2021;12:24. <https://doi.org/10.1186/s40703-021-00153-4>
21. Bogomolov A. N., Bogomolova O. A., Redin A. V., Ushakov A. N. FEA. Russian Federation. Certificate of state registration of computer software No. 2015617889. 23 July 2015. (In Russ.) URL: https://vgasu.ru/upload/files/patent/2015_sv2015617889.pdf
22. Xiao S., Guo W. D., Zeng J. Factor of safety of slope stability from deformation energy. *Canadian Geotechnical Journal*. 2018;55(2):296–302. <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0527>
23. Ekanayake J. C., Phillips C. J. A method for stability analysis of vegetated hillslopes: an energy approach. *Canadian Geotechnical Journal*. 1999;36(6):1172–1184. <https://doi.org/10.1139/t99-060>
24. Xiao S., Yan L., Cheng Z. A method combining numerical analysis and limit equilibrium theory to determine potential slip surfaces in soil slopes. *Journal of Mountain Science*. 2011;8(5):718–727. <https://dx.doi.org/10.1007/s11629-011-2070-2>
25. Bogomolov A. N., Bogomolova O. A., Potapova N. N., Soloviov A. V., Ethevski A. V., Babahanov B. S. Energy method for calculating the stability of loaded slopes. In: *The mutual activities of the local executive power and municipalities in the preparation of the people, economy and environment for the protection*. Baku, November 15–16, 2011. P. 122–124.
26. Ushakov A. N., Bogomolov A. N., Bogomolova O. A. *Calculation of slopes stability based on the energy approach*. In: *Challenges and innovations in geotechnics*. Paris; 2013. Vol. 1. P. 2145–2148. URL: <https://www.issmge.org/publications/publication/calculation-of-slopes-stability-based-on-the-energy-approach>
27. Lekhanova K. V., Novodzinskiy A. L. Comparison of numerical and analytical methods for calculating the stability of soil slopes. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2011;(1):45–50. (In Russ.) <https://elibrary.ru/ojhlsp>
28. Krey H. *Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes: Gesichtspunkte für die Berechnung, Praktische Beispiele und 118 Erddrucktabellen*. Berlin: Ernst & Sohn; 1932. (In Germ.)
29. Terzaghi K. The mechanics of, shear failures on clay slopes and the creep of retaining walls. *Public Roads*. 1929;10(10):177–192.
30. Chernyayev V. F. To determine the coefficient of lateral pressure at rest. In: *Osnovaniya i fundamenty. Sbornik No 2*. Voronezh: VISI; 1975. P. 79–93.
31. Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest. *Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers*. 1944;78:355–358 (In Hung.)
32. Florin V. A. *Fundamentals of Soil Mechanics. Volume 1. General Relationships and Stress State of Structural Foundations*. Moscow, Leningrad: Gosstroyizdat; 1959. 360 p. (In Russ.) URL: <https://djvu.online/file/oI0zwnmwaBC3E>
33. Hartmann F. Die berechnung des Ruhedruck in Rohasionslosen Boden bei waagerechter Oberfläche. *Bautechnik*. 1967;44(11):382–385. (In Germ.)
34. Franke E. Ruhedruck in Ruhasionslosen Boden in ebenen Fall. *Bautechnik*. 1967;44(2):42–47. (In Germ.)
35. Berger Y. Der Ruhedruck in der Praxis. *Bauingeniering*. 1966;(3). (In Germ.)
36. Puzyrevskiy N. P. *Foundations*. Leningrad: GNTI Gosstroyizdat; 1934. 516 p. (In Russ.)
37. Bartolomey L. A., Bogomolova O. A., Geidt V. D., Geidt A. V. Comparison of the values of the calculated resistance of the soil base of the ribbon foundation obtained by different methods. *Bulletin of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering Series: Civil Engineering and Architecture*. 2023;(3–4):5–14. (In Russ.) URL: https://vgasu.ru/upload/files/112023/sa_3-4_92.pdf
38. Bogomolov A. N., Vikhareva O. A., Shiyan V. I. On the issue of minimum values of the coefficient of lateral soil pressure. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2007;(7):6–11. <https://vgasu.ru/upload/files/science/sia-7-26.pdf>
39. Mayne P. W., Kulhawy F. H. Ko-OCR Relationships in Soil. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 1982;108(6):851–872. <https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0001306>
40. Gu Y., Yuan Y., Xue K., Yin Y., Lu S. Jiang X. A novel strength reduction method for a slope stability assessment based on a finite element method. *Processes*. 2024;12(10):2273. <https://doi.org/10.3390/pr12102273>
41. Kadakci Koca, T., Koca, M. Y. Comparative analyses of finite element and limit-equilibrium methods for heavily fractured rock slopes. *Journal of Earth System Science*. 2020;129:49. <https://doi.org/10.1007/s12040-019-1314-3>

42. Liu F. Stability analysis of geotechnical slope based on strength reduction method. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2020;38:3653–3665. <https://doi.org/10.1007/s10706-020-01243-3>
43. Karthik A. V. R., Manideep R., Chavda J. T. Sensitivity analysis of slope stability using finite element method. *Innovative Infrastructure Solutions*. 2022;7:184. <https://doi.org/10.1007/s41062-022-00782-3>



Информация об авторах

Богомолов Александр Николаевич, д-р техн. наук, профессор, Научно-проектное экспертно-консультационное предприятие «ОиФ», Волгоград, Российская Федерация
banzaritcyn@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7878-6846>

Богомолова Оксана Александровна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры математических и естественнонаучных дисциплин, Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Российская Федерация

boazaritcyn@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1163-6285>

Богомолов Сергей Александрович, канд. техн. наук, доцент кафедры испытаний сооружений, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

bogomolovsa@mgsu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5531-6163>

Information about the authors

Alexander N. Bogomolov, Dr. Sci. (Engineering), Professor, Scientific and Design Expert-consulting Enterprise "OiF", Volgograd, Russian Federation

banzaritcyn@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7878-6846>

Oksana A. Bogomolova, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor in the Department of Mathematical and Natural Sciences, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

boazaritcyn@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1163-6285>

Sergey A. Bogomolov, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor in the Department of Testing of Structures, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

bogomolovsa@mgsu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5531-6163>

Получена 22 января 2026 г., одобрена 05 марта 2026 г., принята к публикации 20 марта 2026 г.

Received 22 January 2026, Approved 05 March 2026, Accepted for publication 20 March 2026