

Научная статья / Original research article

УДК 624.131

DOI: <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2025-2-50-63>EDN: <https://elibrary.ru/hrflzd>2.1.2 Основания и фундаменты,
подземные сооружения (технические науки)

Расчет вязкоупругого водонасыщенного глинистого основания при действии полосовой нагрузки

Т. В. Крижанивская¹ ✉, В. В. Воронцов¹, Б. А. Тайех²¹ Тюменский индустриальный университет, ул. Володарского, 38, Тюмень, 625000, Российская Федерация² Исламский университет Газы, ул. Гамалья Абдель Насера, Газа, Палестина✉ krizhanivskajatv@tyuiu.ru

Аннотация. Проектирование зданий и сооружений на слабых водонасыщенных глинистых основаниях сопряжено с необходимостью расчета напряженно-деформированного состояния грунтов во времени в связи с процессами консолидации. Для таких грунтов характерно свойство ползучести, соответственно, одним из перспективных подходов к моделированию основания является представление его с позиций вязкоупругости. В результате численного анализа определен параметр для решения трансцендентного уравнения немонотонной функции, описывающей вязкоупругие механические свойства водонасыщенного суглинка. Проведено сопоставление экспериментальных данных поровых давлений с данными, полученными из решения функции времени (максимальное расхождение составляет 4.44 %). Получена механическая характеристика (универсальный параметр кинематической модели грунта), которую в дальнейшем можно использовать для полного расчета напряженно-деформированного состояния вязкоупругого водонасыщенного основания. Предложенный подход, несомненно, имеет практическое значение при проектировании и строительстве инженерных объектов.

Ключевые слова: водонасыщенное глинистое основание, вязкоупругие свойства грунта, функции изображения и оригинала, метод ломаных

Для цитирования: Крижанивская Т. В., Воронцов В. В., Тайех Б. А. Расчет вязкоупругого водонасыщенного глинистого основания при действии полосовой нагрузки. *Архитектура, строительство, транспорт*. 2025;5(2):50–63. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2025-2-50-63> EDN: HRFLZD

Analysis of a viscoelastic water-saturated clay foundation subjected to a strip load

Tatiana V. Krizhanivskaya¹ ✉, Viacheslav V. Vorontsov¹, Bassam A. Tayeh²¹ Industrial University of Tyumen, 38 Volodarskogo St., Tyumen, 625000, Russian Federation² Islamic University of Gaza, Gamal Abdel Nasser Gaza St., Gaza, Palestine✉ krizhanivskajatv@tyuiu.ru

Abstract. Designing buildings and structures on weak, water-saturated clay foundations necessitates calculating the stress-strain state of soils over time, considering consolidation processes. These soils exhibit creep behavior, respectively, making a viscoelastic representation of the foundation a promising modeling approach. Numerical analysis identified a parameter for solving the transcendental equation of a non-monotonic function that describes the viscoelastic mechanical properties of the water-saturated clay loam.

Experimental pore pressure data were compared with data obtained from the solution of the time function, with a maximum discrepancy of 4.44 per cent. A mechanical characteristic (a universal parameter of the kinematic soil model) obtained in this study can be used in future to fully calculate the stress-strain state of viscoelastic, water-saturated foundations. The proposed approach undoubtedly holds practical value in the design and construction of engineering structures.

Keywords: water-saturated clay foundation, viscoelastic soil properties, original function and its transform, broken line method

For citation: Krizhanivskaya T. V., Vorontsov V. V., Tayeh B. A. Analysis of a viscoelastic water-saturated clay foundation subjected to a strip load. *Architecture, Construction, Transport*. 2025;5(2):50–63. (In Russ.) <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2025-2-50-63>



1. Введение / Introduction

Жизненный цикл зданий и сооружений начинается с проектно-исследовательских работ. Специфику их проведения и особенности принимаемых проектных решений, безусловно, определяют грунтовые условия конкретной площадки. В отдельную группу геотехнических задач следует выделить проектирование оснований и фундаментов на водонасыщенных глинистых грунтах. С одной стороны, они повсеместно распространены на территории нашей страны, с другой, в силу разнообразия и изменчивости механических свойств, зависящих от минералогического состава и степени водонасыщения, определяют сложность и разнообразие подходов при моделировании, в частности, при создании феноменологических моделей.

Значительный вклад в развитие методов прогноза геомеханических процессов в глинистых грунтах как многофазных системах, определения их механических характеристик внесли работы З. Г. Тер-Мартirosяна [1–3]. В трудах М. Ю. Абелева [4, 5] рассматривается более узкий сегмент этой группы – слабые водонасыщенные глинистые грунты. К ним принято относить грунты с модулем общей деформации ≤ 5 МПа, что соответствует очень сильно деформируемым грунтам, а также степени влажности более 0.8. Данные грунты широко распространены на территории России, особенно в районах Балтийско-Беломорского бассейна и Западно-Сибирской низменности. Для таких грунтов характерно наличие избыточного давления над гидростатическим поровым давлением, а также начального градиента напора. Работы В. М. Улицкого и А. Г. Шашкина [6, 7] посвящены закономерностям деформирования слабого глинистого грунта, авторы подчеркивают значимость характерных особенностей, свойственных данным грунтам как дисперсной структурированной системе. К таким особенностям относится прежде всего наличие структурных связей, которые, в свою очередь, зависят от степени литификации. В настоящей работе речь идет о слабом водонасыщенном мягкопластичном суглинке малой степени литификации, таким глинистым грунтам свойственны тиксотропно-коагуляционные связи с проявлением цементационных. По своей физической природе они разделяются на магнитные, молекулярные и ионно-электростатические, наибольшее значение по своей величине имеют молекулярные. Для таких грунтов характерны процессы первичной и вторичной фильтрационной консолидации, фактически выражающиеся в развитии осадок зданий и сооружений в течение длительного периода времени (десятков и сотен лет).

Многочисленные лабораторные и натурные исследования [8–12] показывают немонотонное изменение поровых давлений во времени. В натурных испытаниях при стабилизации основания в процессе консолидации с использованием вертикальных песчаных дрен зафиксирован немонотонный график изменения давлений в поровой жидкости. По результатам испытаний водонасыщенных глинистых и торфяных образцов в лабораторных условиях с моделированием удаления от дневной поверхности получены немонотонные с горбом в начальной стадии нагружения графики поровых

давлений во времени. Следствием такого изменения порового давления является аналогичное изменение механических свойств водонасыщенных грунтов.

В связи с этим необходимо учитывать поровые давления при анализе напряженно-деформированного состояния водонасыщенных грунтов и при определении их механических характеристик как функций времени. Изменение механических характеристик во времени описывается на основе линейной наследственной теории вязкоупругости [13, 14].

Основная сложность в обработке таких экспериментов заключается в грамотном функциональном описании графиков изменения порового давления во времени и в определении механических характеристик, изменяющихся во времени.

Одной из фундаментальных работ в этом направлении является монография Ю. К. Зарецкого [15]. Основание рассматривается как квазидвухфазная среда – скелет грунта и поровая жидкость. Скелет грунта обладает реологическими свойствами, наделен вязкостью. Под поровыми давлениями понимаются избыточные над гидростатическими. В монографии В. Н. Парамонова [16] построение модели грунтовой среды, представленной водонасыщенными глинистыми грунтами, основывается на позициях упругопластичности. Приведенные данные экспериментальных исследований наглядно подтверждают протяженность во времени процесса консолидации глинистого грунта, деформации которого раскладываются на упругие, можно сказать мгновенные, и пластические – растянутые во времени. Отметим также существенную роль в процессе консолидации избыточных поровых давлений.

Развитие методов прогноза напряженно-деформированного состояния геологической среды во времени с учетом реологических свойств водонасыщенных глинистых грунтов является актуальной задачей. Выделим серию публикаций, в которых реализована реологическая модель А. З. Тер-Мартirosяна для конкретных расчетных случаев. Так, на ее основе решена краевая задача для длинной сваи в упруговязкой постановке с учетом окружающего и подстилающего грунтов [17], в статье [18] рассмотрено взаимодействие баретты с грунтами с учетом их упруговязкопластических свойств. Значимость упруговязкопластических параметров грунтов, их нахождение по результатам испытаний отмечено в статье [19]. Моделирование вязкоупругих параметров грунта на базе обобщенной модели Фойгта рассмотрено в работе [20]. Описание реологических свойств грунтов для прогноза длительной осадки сваи с использованием вязкоупругой модели рассмотрено в статье [21]. В [22] особое внимание уделено расчетам двухфазного грунта в упругой постановке на момент окончания первичной консолидации, показано влияние давлений в жидкой фазе грунта на перемещение твердой фазы. В аналогичной по своим задачам работе [23] рассмотрена обработка лабораторного эксперимента с глинистым грунтом при трехосном сжатии в вязкоупругой постановке, получены функции ползучести и релаксации, а также определены механические характеристики вязкоупругого грунта.

Рассмотренные выше модели учитывают поровые давления только на этапе фильтрационной консолидации. Учет порового давления в течение всего процесса консолидации выполняется в кинематической модели грунта Л. Е. Мальцева, Т. В. Мальцевой [24, 25]. Авторский подход к моделированию напряженно-деформированного состояния геологической среды, представленной в виде двух фаз – поровой воды и скелета грунта, – позволяет осуществить прогноз избыточных поровых давлений в процессе консолидации. Система уравнений дает возможность оценить вклад избыточных поровых давлений в восприятие внешней нагрузки от зданий и сооружений на основании и с учетом кинетики поровых давлений осуществить прогноз осадки фундаментов. Для основных уравнений предлагаемой модели получены решения в вязкоупругой постановке, что позволяет определять напряжения и деформации во времени, поэтому авторами статьи была применена кинематическая модель грунта для расчета вязкоупругого основания из глинистых грунтов.

2. Материалы и методы / Materials and methods

В рамках данной работы использовались экспериментальный и теоретический методы. Исследование напряженно-деформированного состояния водонасыщенного глинистого основания при действии полосовой нагрузки на маломасштабной модели проводилось в лабораторных условиях с последующей обработкой отдельных результатов опыта: выполнен расчет давлений в поровой жидкости, изменяющихся во времени с позиции линейной наследственной теории вязкоупругости [20], определен универсальный параметр кинематической модели, позволяющий вычислять механические вязкоупругие характеристики грунта по результатам обработки эксперимента.

При планировании опытов необходимо четко определиться с факторами и параметром оптимизации, связь между которыми выражается в искомой функции отклика, неоценимую помощь на данном этапе работы оказала монография [26]. В рассматриваемом эксперименте в качестве параметра оптимизации рассматривалась осадка штампа, имитирующего давление от насыпи земляного полотна автомобильной дороги на основание, один из основных факторов – избыточное над гидростатическим поровое давление, которое в дальнейшем будем называть как поровые давления или давления в жидкой фазе грунта.

Общий вид экспериментальной установки, на которой проводилось исследование грунта, приведен на рис. 1, продольный и поперечный разрезы – на рис. 2. Передача нагрузки на основание осу-

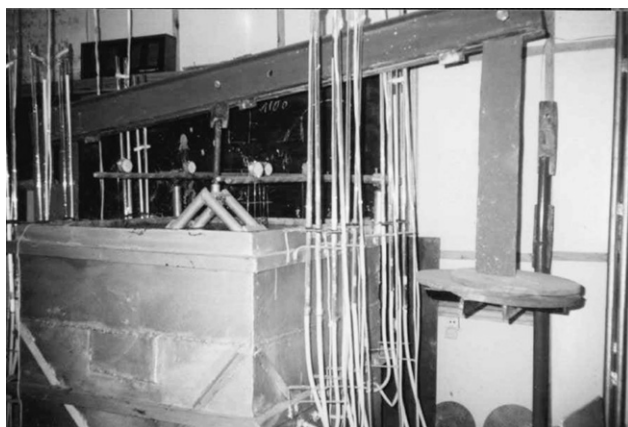


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки (фото авторов)

Fig. 1. General view of the experimental setup (authors' photo)

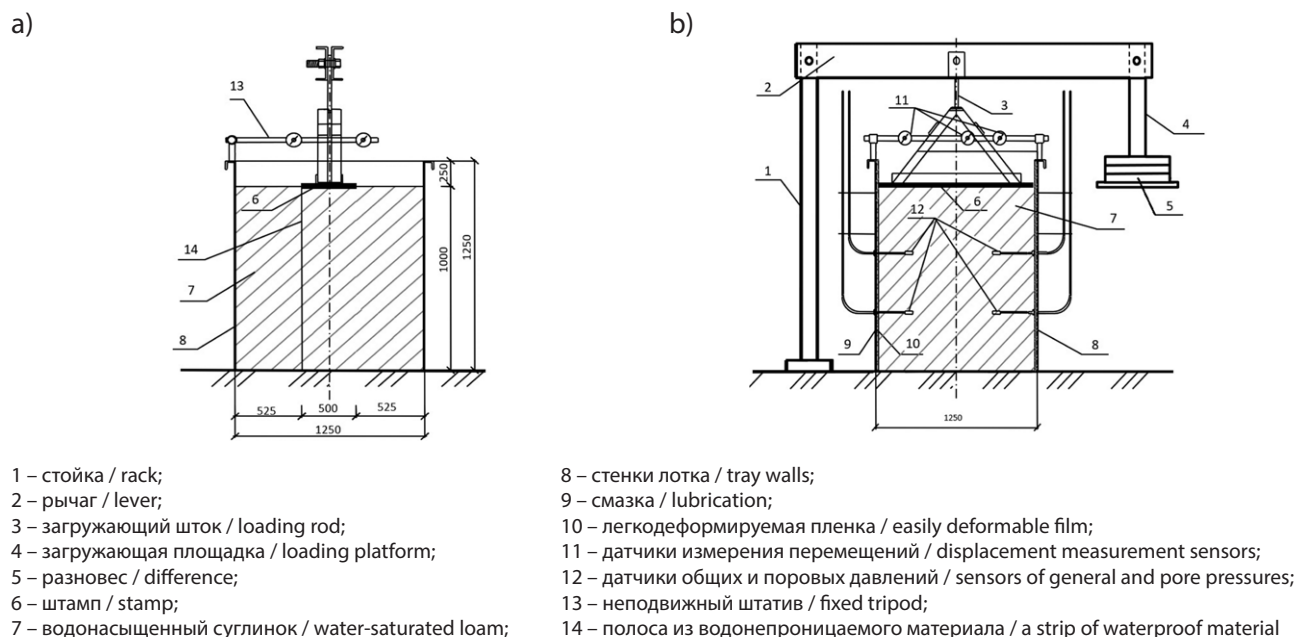


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: а) поперечный разрез; б) продольный разрез [27]

Fig. 2. Experimental setup diagram: a) cross-section; b) longitudinal section [27]

ществляется при помощи консольно-рычажной системы, которая состоит из стойки 1, рычага 2, загружающего штока 3, загрузочной площадки 4 для разновесов 5 и прямоугольного жесткого штампа 6. Исследуемый водонасыщенный глинистый грунт 7 укладывали в стальной лоток с жесткими стенками и дном 8, при этом на перпендикулярные штампу стенки лотка при помощи смазки 9 накладывали легкодеформируемую полиэтиленовую пленку 10 для снижения сил трения. Дополнительно по краю штампа параллельно его продольной оси на всю глубину основания размещали водонепроницаемый экран из полиэтиленовой пленки 14. Деформированное состояние и осадку штампа во времени измеряли при помощи грунтовых марок, погруженных в основание, и прогибомеров 11, закрепленных на неподвижном штативе 13. Оценка напряженного состояния оценивалась тензорезисторными местодозами мембранного типа 12, а также датчиками поровых давлений – пьезометрами 12.

Для моделирования дисперсного слабого глинистого грунта природного сложения на основе водонасыщенного суглинка нарушенной структуры в перегрузочном баке готовилась паста заданной влажности. Полученную грунтовую пасту послойно в пять этапов укладывали в лоток с равномерной по поверхности консолидацией каждого слоя при помощи пригруза. В результате этого в качестве испытуемого основания с учетом определенных по образцам физико-механических характеристик выступил мягкопластичный (показатель текучести $I_f = 0.71$) водонасыщенный (степень водонасыщения $S_r = 0.85$) суглинок (число пластичности $I_p = 0.13$). По модулю деформации $E = 1.84$ МПа его следует отнести к очень сильно деформируемому. Значение влажности $W = 0.302$. К маломасштабной грунтовой модели была приложена равномерно распределенная по площади штампа полосовая нагрузка $\sigma_0 = 4.6$ кПа. Продолжительность действия нагрузки 75 суток. Эксперимент был проведен одним из авторов данной статьи В. В. Воронцовым и описан в работе [27].

Обработка эксперимента выполнялась на основе варианта линейной наследственной теории вязкоупругости, согласно которому решение вязкоупругой задачи разбивается на два этапа. Сначала выполняется расчет образца как упругой системы, то есть получается решение без учета времени, затем с помощью переобозначений записывается решение в изображениях по Лапласу – Карсону. На втором этапе для фиксированного поперечного сечения осуществляется приближенный переход от известного изображения к оригиналу по методу ломаных Л. Е. Мальцева [24]. Оригинал аппроксимируется специальной ломаной линией (сплайном), которая имеет запись в изображениях. Назначается несколько численных значений параметра изображения p , то есть система точек $p_i, i = 1, \dots, n$, и записывается условие совпадения изображения ломаной линии с известным изображением решения задачи на системе точек. В результате получается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), порядок которой совпадает с числом звеньев ломаной линии.

3. Результаты и обсуждение / Results and discussion

Измерение поровых давлений осуществлялось в двух уровнях – на глубине 30 и 60 см, в каждом уровне по 10 пьезометров. Характерный график изменения поровых давлений во времени на примере датчика № 20, расположенного на глубине $z = 30$ см, представлен на рис. 3. Отметим, что для данных всех пьезометров характерно резкое возрастание давлений в жидкой фазе в момент передачи нагрузки на основание с последующим убыванием, при этом остаточные поровые давления зафиксированы на 75 сутки [27]. Полученная графическая интерпретация результатов опыта указывает на немонотонность изменения поровых давлений с характерным горбом на начальном участке временной оси.

Обработка данных эксперимента и определение механических вязкоупругих характеристик выполняется в следующей последовательности [14]:

1. Экспериментальные данные представляются в виде специальной ломаной линии (функции времени), для этого выбираются характерные точки, которые наиболее точно описывают гра-

- фик изменения порового давления, количество точек принимается произвольно в зависимости от сложности графика.
- Изображение полученной функции записывается в соответствии с принципом переобозначений Вольтерра (к функции времени добавляется знак «*» – символ преобразования по Лапласу – Карсону).
 - Осуществляется приближенный переход от полученного изображения к оригиналу, для этого назначаются точки коллокаций (совпадения), в результате получается система линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет определить искомые параметры функции времени.
 - На основании полученных параметров определяются вязкоупругие механические характеристики.

Представим график порового давления в виде ломаной линии, для этого выберем из графика (рис. 3) необходимые значения порового давления и оформим их в виде таблицы (таблица 1). Следует отметить, что для выбора экспериментальных значений поровых давлений необходимо принять максимальное количество временных точек на начальном участке для более корректного описания немоного изменения.

На основании данных таблицы 1 запишем специализированный сплайн I порядка I (ломаную линию) с применением функции Хевисайда (рис. 4):

$$\sigma'(t) = \sigma(0) \cdot \left[1 - \sum_{i=0}^{10} (c_i - c_{i+1}) \cdot (t - t_i^\sigma) \cdot h(t - t_i^\sigma) \right], \quad (1)$$

где c_i – искомые параметры, определяемые по методу наименьших квадратов;

$$c_0 = c_{11} = 0;$$

t_i^σ – фиксированные моменты времени, относящиеся к функции σ' , $t_0^\sigma = 0$;

$\sigma(0) = 0.0000010091$ МПа – значение напряжения в начальный момент времени.

Для 10 звеньев ломаной найдем значения безразмерных параметров исходя из формул

$$\sigma(0) \cdot c_i = tg \alpha_i; \quad c_i = \frac{tg \alpha_i}{\sigma(0)};$$

$$c_0 = 0; c_1 = 95.36453567; c_2 = 76.65054633; c_3 = 58.13761438; c_4 = -39.63928253;$$

$$c_5 = -16.68798172; c_6 = -3.85043131; c_7 = -0.746408785; c_8 = -0.533605726;$$

$$c_9 = -0.368079052; c_{10} = 0.$$

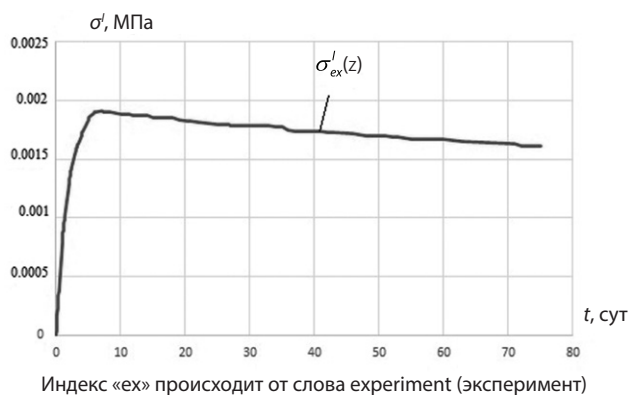


Рис. 3. График изменения порового давления во времени для датчика № 20 (график составлен авторами)

Fig. 3. Graph of pore pressure change over time for sensor № 20 (graph compiled by the authors)

Таблица 1. Значения порового давления для звеньев ломаной линии
Table 1. Pore pressure values for broken line links

Время t, сут	Поровое давление σ', МПа
0	0.000010091
0.374	0.00037
0.917	0.00079
1.292	0.00101
2.167	0.00136
4.958	0.00183
7.017	0.00191
11	0.00188
37	0.00174
72	0.00161
80	0.00161

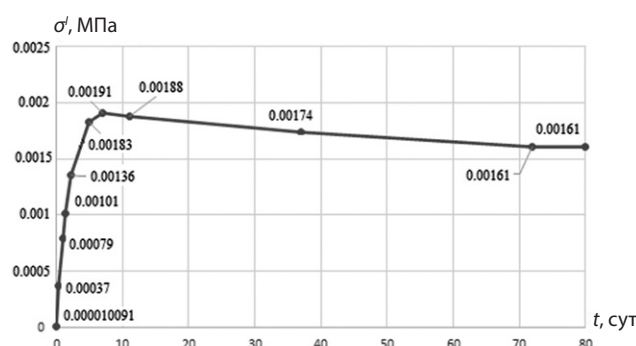


Рис. 4. График изменения порового давления в виде ломаной линии (график составлен авторами)
Fig. 4. Graph of pore pressure change in the form of a broken line (graph compiled by the authors)

Результаты сопоставления экспериментальных данных σ'_{ex} с данными, полученными из решения функции $\sigma'(t)$ (1) путем назначения конкретных временных точек, приведены в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что максимальная погрешность составила 4.44 %, следовательно, назначенные звенья ломаной линии (1) позволили корректно описать экспериментальный график изменения поровых давлений.

Специальная запись с применением разностного аргумента $(t - t_i^\sigma)$ позволяет применить теорему запаздывания из курса операционного исчисления:

$$p \int_0^\infty e^{-p \cdot t_i^\sigma} \cdot (t - t_i^\sigma) \cdot h(t - t_i^\sigma) dt_\sigma = \frac{1}{p} \cdot e^{-p \cdot t_i^\sigma}, \quad (2)$$

где p – точки коллокаций (совпадений).

Таблица 2. Сопоставление экспериментальных данных σ'_{ex} с данными ломаной линии σ'
Table 2. Comparison of experimental data σ'_{ex} with broken line data σ'

Время t , сут	Поровое давление (эксперимент.) σ'_{ex} , МПа	Поровое давление (теоретич.) σ' , МПа	Δ , %	Время t , сут	Поровое давление (эксперимент.) σ'_{ex} , МПа	Поровое давление (теоретич.) σ' , МПа	Δ , %
0	0.000010091	0.000010091	0.00	2.167	0.00136	0.00136	0.00
0.083	0.00009	0.000089964	0.04	2.208	0.00138	0.001366904	0.95
0.125	0.00013	0.000130381	-0.29	2.25	0.00138	0.001373977	0.44
0.167	0.00017	0.000170799	-0.47	2.292	0.0014	0.00138105	1.35
0.208	0.00023	0.000210254	4.43	2.333	0.00142	0.001387954	2.26
0.25	0.00028	0.000250672	3.59	2.374	0.00143	0.001394858	2.46
0.292	0.00029	0.000291089	2.97	2.416	0.00143	0.001401931	1.96
0.333	0.00033	0.000330545	-0.17	2.917	0.00154	0.001486299	3.49
0.374	0.00037	0.00037	0.00	3.0	0.00157	0.001500276	4.44
0.917	0.00079	0.00079	0.00	3.0417	0.00157	0.001507298	3.99
0.958	0.00083	0.000814053	1.92	3.083	0.00158	0.001514253	4.16
1.0	0.00085	0.000838693	1.33	3.125	0.00159	0.001521326	4.32
1.0417	0.00088	0.000863157	1.91	3.167	0.00159	0.001528398	3.87
1.083	0.00089	0.000887387	0.29	3.208	0.0016	0.001535303	4.04
1.125	0.00092	0.000912027	0.87	3.25	0.00161	0.001542375	4.20
1.167	0.00093	0.000936667	-0.72	3.292	0.00161	0.001549448	3.76
1.208	0.00095	0.00096072	-1.13	3.333	0.00162	0.001556353	3.93
1.25	0.00098	0.00098536	-0.55	3.374	0.00163	0.001563257	4.09
1.292	0.00101	0.00101	0.00	3.875	0.0017	0.001647625	3.08
1.958	0.00129	0.0012764	1.05	3.917	0.00171	0.001654697	3.23
2.0	0.0013	0.0012932	0.52	3.958	0.00172	0.001661602	3.40
2.0417	0.00131	0.00130988	0.01	4.0	0.00173	0.001668674	3.54
2.083	0.00133	0.0013264	0.27				

Применяя теорему запаздывания (2), запишем изображение функции (1) по Лапласу – Карсону с теми же параметрами $\sigma(0)$, $c_1, \dots, c_i$:

$$[\sigma'(t)]^* = [\sigma']^*(p) = \sigma(0) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^{10} c_i \cdot \frac{1}{p} \left(e^{-p \cdot t_{i-1}^{\sigma}} - e^{-p \cdot t_i^{\sigma}} \right) \right]. \quad (3)$$

Параметры $c_1, \dots, c_i$ известны из (1).

Построим графики оригинала $\sigma'(t)$ (1) и изображения $[\sigma']^*(p)$ (3), для наглядности отдельно выделим начальную часть графиков (рис. 5).

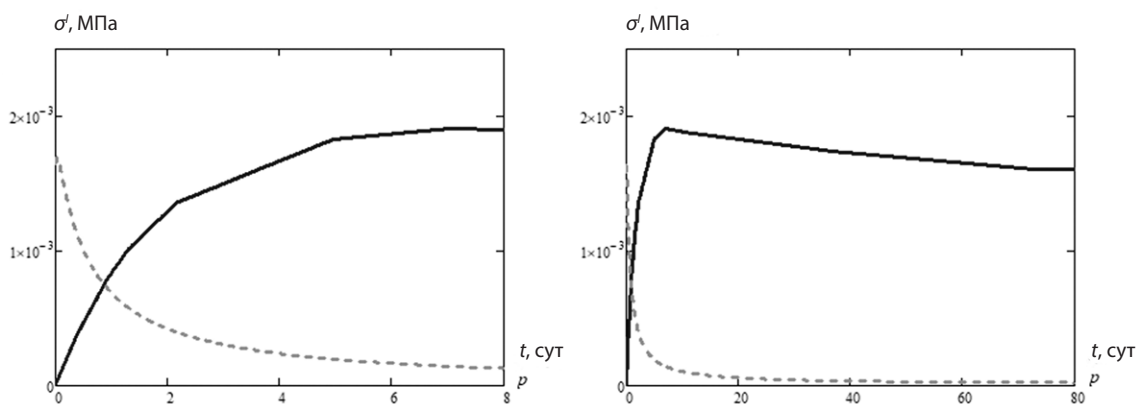


Рис. 5. Графики функций: оригинала $\sigma'(t)$ (—) и изображения $[\sigma']^*(p)$ (---) (графики составлены авторами)
Fig. 5. Graphs of the functions: original $\sigma'(t)$ (—) and transform $[\sigma']^*(p)$ (---) (graphs compiled by the authors)

Отметим, что в соответствии с теоремой о пределах выполняются равенства:

$$\begin{aligned} \sigma'(t=0) &= [\sigma']^*(p=\infty); \\ \sigma'(t=\infty) &= [\sigma']^*(p=0). \end{aligned}$$

Полученное изображение (3) используем для определения универсального параметра кинематической модели [24] в изображениях (квадрат означает, что параметр всегда имеет положительное значение)

$$[a^2]^*(p) = -\frac{1}{z_i} \cdot \ln \left[1 - \frac{[\sigma']^*(z_i, p)}{\sigma_o} \right]$$

и подставим в это выражение полученное ранее изображение (3):

$$[a^2]^*(p) = -\frac{1}{z_i} \cdot \ln \left[1 - \frac{1}{\sigma_o} \cdot \left\{ \sigma(0) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^{10} c_i \cdot \frac{1}{p} \left(e^{-p \cdot t_{i-1}^{\sigma}} - e^{-p \cdot t_i^{\sigma}} \right) \right] \right\} \right]. \quad (4)$$

Для определения универсального параметра выполним переход от изображения к оригиналу по методу ломаных Л. Е. Мальцева [24]. Для этого введем специализированный сплайн, аппроксимирующий оригинал $a^2(t)$

$$\bar{a}^2(t) = a(0) \cdot \left[1 - \sum_{i=0}^8 (d_i - d_{i+1}) \cdot (t - t_i^a) \cdot h(t - t_i^a) \right] \quad (5)$$

и имеющий запись в изображениях:

$$[\bar{a}^2(t)]^* = [\bar{a}^2]^*(p^a) = a(0) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^8 d_i \cdot \frac{1}{p^a} (e^{-p^a \cdot t_{i-1}^a} - e^{-p^a \cdot t_i^a}) \right], \quad (6)$$

где $d_0 = d_9 = 0$;

t_i^a – моменты времени, относящиеся к функции a^2 , $t_0^a = 0$;

p^a – точки коллокаций для функции a^2 ;

$a(0)$ и d_i – искомые параметры, определяемые по методу ломаных Л. Е. Мальцева из условия совпадения искомой аппроксимации $[\bar{a}^2]^*(p^a)$ (6) с заданной функцией $[a^2]^*(p)$ (4)

$$[\bar{a}^2]^*(p^a) = [a^2]^*(p)$$

на системе точек коллокаций $\{p_j^a\}_{j=1}^{j=8}$.

В результате получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^8 d_i \cdot (e^{-p_j^a \cdot t_{i-1}^a} - e^{-p_j^a \cdot t_i^a}) = \left[\frac{[a^2]^*(p_j)}{a(0)} - 1 \right] \cdot p_j^a \\ \dots\dots\dots \\ \sum_{i=1}^8 d_i \cdot (t_i^a - t_{i-1}^a) = \frac{[a^2]^*(p=0)}{a(0)} - 1 \end{cases}$$

Последнее уравнение СЛАУ записывается специальным образом для точки $p = 0$ или для точки $t = \infty$ в оригинале.

При $p = \infty$ сразу определяем параметр $a(0)$:

$$[\bar{a}^2]^*(p^a = \infty) = [a^2]^*(p = \infty):$$

$$[\bar{a}^2]^*(p^a = \infty) = a(0) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^8 d_i \cdot \frac{1}{\infty} (e^{-\infty \cdot t_{i-1}^a} - e^{-\infty \cdot t_i^a}) \right] = a(0),$$

$$[a^2]^*(p = \infty) = -\frac{1}{z_i} \cdot \ln \left[1 - \frac{1}{\sigma_o} \cdot \left\{ \sigma(0) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^6 c_i \cdot \frac{1}{\infty} (e^{-\infty \cdot t_{i-1}^\sigma} - e^{-\infty \cdot t_i^\sigma}) \right] \right\} \right] = -\frac{1}{z_i} \cdot \ln \left[1 - \frac{\sigma(0)}{\sigma_o} \right].$$

Тогда

$$a(0) = -\frac{1}{z_i} \cdot \ln \left[1 - \frac{\sigma(0)}{\sigma_o} \right] = -\frac{1}{0.3} \cdot \ln \left[1 - \frac{0.000010091}{0.0046} \right] = 0.007320351 \left(\frac{1}{M} \right).$$

Точки коллокаций p_j^a назначаются из решения трансцендентного уравнения [14]:

$$m(e^{-p_j^a \cdot t_{i-1}^a} - e^{-p_j^a \cdot t_i^a}) = (e^{-p_j^a \cdot t_i^a} - e^{-p_j^a \cdot t_{i+1}^a}),$$

согласно которому наддиагональные элементы матрицы составляют 0.8 от диагональных, что приводит к улучшению обусловленности матрицы, то есть к уменьшению числа ее обусловленности. Влияние точек коллокаций на обусловленность системы анализировалось в работе [28].

Важно отметить, что точность решения СЛАУ зависит от выбора точек совпадений (коллокаций), для этого необходимо задаться системой временных точек, образующих сильно возрастающую

последовательность. Это связано с тем, что функции, характеризующие вязкоупругие свойства грунтов, меняются быстро на начальном участке и по мере возрастания времени скорость их изменения убывает.

В результате решения СЛАУ определяем искомые параметры d_i :

$d_1 = 57.441091392$; $d_2 = 67.354345329$;

$d_3 = 55.633356517$; $d_4 = 71.828877997$;

$d_5 = 49.874311356$; $d_6 = 2.88664458$;

$d_7 = -0.008559125$; $d_8 = -0.833760981$.

Таким образом, специализированный сплайн $\bar{a}^{-2}(t)$ (5) становится известной функцией. По полученным данным строим график функции $\bar{a}^{-2}(t)$ (рис. 6).

Полученный универсальный параметр $\bar{a}^{-2}(t)$ является вязкоупругой механической характеристикой грунта и включает в себя все параметры кинематической модели [24] (E^s (МПа), E^l (МПа), η), поэтому, определив его, можно выполнить полный расчет напряженно-деформированного вязкоупругого основания.

4. Заключение / Conclusions

На основе планирования эксперимента и теории подобия в лабораторных условиях проведено геометрическое и физическое моделирование нагружения полосовой нагрузкой основания из мягкопластичного водонасыщенного суглинка. Графики поровых давлений в процессе консолидации имеют характерный вид немонотонной функции, в начальный момент передачи нагрузки на основание явно прослеживается горбик, далее идет монотонное убывание, в ряде случаев с выходом на плато.

Проведенный численный анализ по назначению точек коллокаций для решения трансцендентного уравнения показал, что для немонотонных функций, характеризующих вязкоупругие механические свойства водонасыщенного суглинка, параметр m следует принимать в пределах $0.7 \div 0.9$.

Из сопоставления экспериментальных данных σ_{ex}^l с данными, полученными из решения функции $\sigma^l(t)$ (таблица 1), следует, что максимальное расхождение составляет 4.44 %. Таким образом, методика позволяет с достаточной для практики точностью рассчитывать напряженное состояние вязкоупругого водонасыщенного основания.

В результате применения кинематической модели для обработки эксперимента была получена механическая характеристика (универсальный параметр модели) a^2 , которую в дальнейшем можно использовать для полного расчета напряженно-деформированного состояния вязкоупругого водонасыщенного основания. Параметр a^2 имеет немонотонный характер изменения в связи с тем, что при его определении используется кривая порового давления, которая также является немонотонной.

Предложенный вариант обработки экспериментальных данных, в частности, давлений в жидкой фазе грунта, с позиций линейной наследственной теории вязкоупругости позволяет оценивать во времени напряженно-деформированное состояние водонасыщенных глинистых оснований с учетом поровых давлений не только на конечном отрезке времени, но и по окончании процесса консолидации.

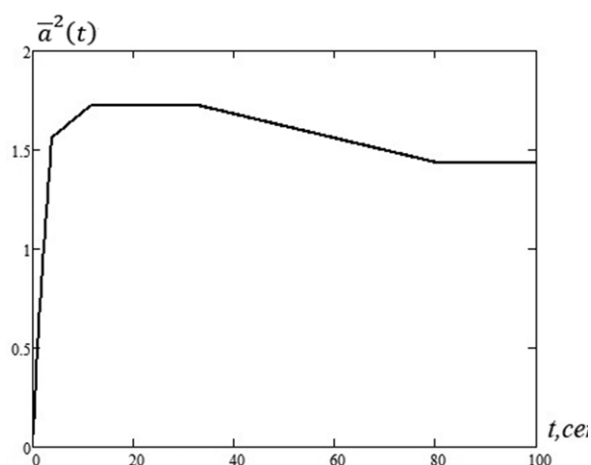


Рис. 6. График функции $\bar{a}^{-2}(t)$ (график составлен авторами)

Fig. 6. Graph of the function $\bar{a}^{-2}(t)$ (graph compiled by the authors)



Вклад авторов. Авторы внесли равный вклад в подготовку публикации.
Author contributions. All authors contributed equally to preparing the publication.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Conflict of interest. The authors declare no relevant conflict of interest.

Список литературы

1. Тер-Мартirosян З. Г. *Прогноз механических процессов в массивах многофазных грунтов*. Москва: Недра; 1986. 292 с.
2. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Лузин И. Н. Напряженно-деформированное состояние конечной прямоугольной области под действием равномерно распределенной полосовой нагрузки. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 2018;(2):6–13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35417650>.
3. Тер-Мартirosян З. Г., Филиппов К. А. Решение задачи осадки сваи под действием вертикальной статической нагрузки с учетом пластических свойств грунтов основания. *Вестник МГСУ*. 2022;17(7):871–881. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.7.871-881>
4. Абелев М. Ю., Аверин И. В., Коптева О. В. Сравнение результатов полевых и лабораторных исследований характеристик деформируемости глинистых грунтов. *Промышленное и гражданское строительство*. 2019;(6):40–45. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.06.40-45>
5. Абелев М. Ю., Аверин И. В., Абелев К. М., Чунюк Д. Ю., Алмазов А. А. *Строительство на слабых водонасыщенных глинистых грунтах*. Москва: Издательство АСВ; 2023. 170 с. ISBN 978-5-4323-0483-4. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54107159>.
6. Жусупбеков А. Ж., Улицкий В. М., Дьяконов И. П., Николаева М. В. Получение физико-механических характеристик лимногляциальных отложений Санкт-Петербурга для математической модели грунта. *Вестник гражданских инженеров*. 2023;(2):44–55. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2023-20-2-44-55>
7. Шашкин А. Г., Шашкин К. Г., Васенин В. А. О предсказательной способности моделей механики грунтов. В сб.: *Сергеевские чтения. Фундаментальные и прикладные вопросы современного грунтоведения: Материалы годичной сессии Научного совета РАН по проблемам геоэкологии, инженерной геологии и гидрогеологии, Санкт-Петербург, 31 марта – 01 апреля 2022 года*. Москва: Геоинфо; 2022. С. 326–332. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48425502>.
8. Востриков К. В., Смолин Ю. П., Клименок А. В. К методике разделения фильтрационной консолидации и ползучести скелета водонасыщенных грунтов. *Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения*. 2018;(3):70–76. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43112611>.
9. Воронцов В. В., Набоков А. В., Овчинников В. П., Твердохлеб С. А. Результаты компрессионного сжатия слабых водонасыщенных глинистых макрообразцов с применением «грунтового замка». *Научно-технический вестник Поволжья*. 2015;(1):60–65. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23136613>.
10. Твердохлеб С. А., Воронцов В. В. Результаты лабораторного исследования консолидации слабого водонасыщенного глинистого макрообразца удаленного от дневной поверхности. В сб.: *Актуальные проблемы архитектуры, строительства, экологии и энергосбережения в условиях Западной Сибири: Сборник материалов международной научно-практической конференции: в 2 томах. Том 1. Тюмень, 23 апреля 2015 года*. Тюмень: Тюменский государственный архитектурно-строительный университет; 2015. С. 64–72.
11. Maltseva T., Nabokov A., Vatin N. Consolidation of water-saturated viscoelastic subgrade. *Magazine of Civil Engineering*. 2024;(1):12502. <https://doi.org/10.34910/MCE.125.2>
12. Демин В. А. *Экспериментальное и теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния двухфазной вязкоупругой среды: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук*. Санкт-Петербург; 2005. 30 с. URL: <https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01002930116?page=1&rotate=0&theme=white>.
13. Мальцева Т. В., Краев А. Н., Жайсамбаев Е. А. Моделирование механических процессов в грунтовом основании с учетом вязкоупругих свойств грунта. В сб.: *XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике: сборник тезисов докладов: в 4 т. Том 3. Министерство науки и высшего образования РФ; Российская академия наук; Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Санкт-Петербург, 21–25 августа 2023 года*. Санкт-Петербург: Политех-Пресс; 2023. С. 137–141.

14. Крижанивская Т. В., Бай В. Ф., Мальцева Т. В., Коркишко А. Н. *Расчет водонасыщенных грунтовых оснований*. Тюмень: Тюменский индустриальный университет; 2020. 141 с. ISBN 978-5-9961-2344-5.
15. Зарецкий Ю. К. *Теория консолидации грунтов*. Москва: Наука; 1967. 268 с.
16. Парамонов В. Н. *Метод конечных элементов при решении нелинейных задач геотехники*. Санкт-Петербург: ГК «Георекострукция»; 2012. 264 с. ISBN: 978-5-9902005-4-8. URL: <http://georeconstruction.ru/books/paramonov.pdf>.
17. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Ермошина Л. Ю. Осадка и длительная несущая способность свай с учетом реологических свойств грунтов. *Construction and Geotechnics*. 2022;13(1):5–15. <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2022.1.01>
18. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Дам Х. Х. Взаимодействие баретты с многослойным окружающим и подстилающими грунтами с учетом упругих и упруго-вязкопластических свойств. *Вестник МГСУ*. 2022;17(9):1135–1144. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.9.1135-1144>
19. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Сидоров В. В., Алмакаева А. С. Определение упруговязкопластических параметров грунтов по результатам испытаний на крутильный срез. *Промышленное и гражданское строительство*. 2022;(10):45–55. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.45-55>
20. Jia-Cai Liu, Guo-Hui Lei, Xu-Dong Wang. One-dimensional consolidation of visco-elastic marine clay under depth-varying and time-dependent load. *Marine Georesources & Geotechnology*. 2015;33(4):337–347. <https://doi.org/10.1080/1064119X.2013.877109>
21. Xiao-mi Li, Qian-qing Zhang, Shan-wei Liu. Semianalytical solution for long-term settlement of a single pile embedded in fractional derivative viscoelastic soils. *International Journal of Geomechanics*. 2021;21(2):04020246. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001906](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001906)
22. Трефилина Е. Р., Трефилин И. А. Строительство зданий и сооружений на двухфазных упругих основаниях. *Архитектура, строительство, транспорт*. 2021;(1):20–29. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46409676>
23. Гладков А. Е., Мальцева Т. В., Исакова Н. П. Методика определения механических характеристик вязкоупругих грунтов. *Архитектура, строительство, транспорт*. 2023;(4):26–33. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2023-4-26-33>
24. Мальцев Л. Е., Бай В. Ф., Мальцева Т. В. *Кинематическая модель грунта и биоматериалов*. Санкт-Петербург: Стройиздат; 2002. 336 с.
25. Мальцева Т. В. *Математическая теория водонасыщенного грунта*. Тюмень: Вектор Бук; 2012. 240 с.
26. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий*. 2-е изд. Москва: Наука; 1976. 279 с.
27. Воронцов В. В. *Вертикальное армирование деятельного слоя в основании дорожной конструкции: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук*. Тюмень: Тюменский государственный архитектурно-строительный университет; 2006. 175 с.
28. Мальцева Т. В., Парфенова Т. В. Влияние точек совпадений в методе ломаных на обусловленность матрицы. *Известия высших учебных заведений. Нефть и газ*. 2002;(3):101–106. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22897092>.

References

1. Ter-Martirosyan Z. G. *Prediction of mechanical processes in multiphase soil masses*. Moscow: Nedra; 1986. (In Russ.)
2. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Luzin I. N. The stress-strain state of a finite rectangular domain under a uniformly distributed strip load. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2018;55(2):68–75. <https://doi.org/10.1007/s11204-018-9505-5>
3. Ter-Martirosyan Z. G., Filippov K. A. A solution to the problem of pile settlement caused by vertical static loading with consideration to plastic properties of the foundation soil. *Vestnik MGSU*. 2022;17(7):871–881. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.7.871-881>
4. Abelev M. Yu., Averin I. V., Kopteva O. V. Comparison of field and laboratory studies results of the clay soils deformability characteristics. *Industrial and Civil Engineering*. 2019;(6):40–45. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.06.40-45>
5. Abelev M. Yu., Averin I. V., Abelev K. M., Chunyuk D. Yu., Almazov A. A. *Construction on weak, saturated clay soils*. Moscow: Izdatel'stvo ASV; 2023. ISBN 978-5-4323-0483-4. (In Russ.) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54107159>.

6. Zhussupbekov A. Zh., Ulitsky V. M., Dyakonov I. P., Nikolaeva M. V. Obtaining the physical and mechanical characteristics of limnoglacial deposits in St. Petersburg for constructing a soil mathematical model. *Bulletin of Civil Engineers*. 2023;(2):44–55. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2023-20-2-44-55>
7. Shashkin A. G., Shashkin K. G., Vasenin V. A. On the predictive capability of soil mechanics models. In: *Sergeevskie chteniya. Fundamental'nye i prikladnye voprosy sovremennogo gruntovedeniya: Materialy godichnoy sessii Nauchnogo soveta RAN po problemam geoekologii, inzhenernoy geologii i gidrogeologii, Saint Petersburg, 31 March – 01 April, 2022*. Moscow: Geoinfo; 2022. P. 326–332. (In Russ.) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48425502>.
8. Vostrikov K. V., Smolin J. P., Klimenok A. V. The separation technique of filtration consolidation and creep of saturated soils skeleton. *Siberian Transport University Bulletin*. 2018;(3):70–76. (In Russ.) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43112611>.
9. Vorontsov V. V., Nabokov A. V., Ovchinnikov V. P., Tverdokhlebs S. A. Results of compression pressure weak water-saturated clay macro sample using the "ground lock". *Scientific and Technical Volga Region Bulletin*. 2015;(1):60–65. (In Russ.) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23136613>.
10. Tverdokhlebs S. A., Vorontsov V. V. Laboratory test results on the consolidation of a soft, water-saturated clay macro-sample from a significant depth. In: *Aktual'nye problemy arkhitektury, stroitel'stva, ekologii i energosberezheniya v usloviyakh Zapadnoy Sibiri: Sbornik materialov mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii: in 2 vol. Vol. 1. Tyumen, 23 April, 2015*. Tyumen: Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering; 2015. P. 64–72. (In Russ.)
11. Maltseva T., Nabokov A., Vatin N. Consolidation of water-saturated viscoelastic subgrade. *Magazine of Civil Engineering*. 2024;(1):12502. <https://doi.org/10.34910/MCE.125.2>
12. Demin V. A. *Experimental and theoretical study of the stress-strain state of a two-phase viscoelastic medium: Dissertation abstract for the candidate of technical sciences degree*. St. Petersburg; 2005. (In Russ.) URL: <https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01002930116?page=1&rotate=0&theme=white>.
13. Maltseva T. V., Kraev A. N., Zhaisambayev E. A. Modeling of mechanical processes in a soil base taking into account the viscoelastic properties of soil. In: *XIII Vserossiyskiy s"ezd po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike: sbornik tezisev dokladov: in 4 vol. Vol. 3. Ministerstvo nauki i vysshego obrazovaniya RF; Rossiyskaya akademiya nauk; Rossiyskiy natsional'nyy komitet po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike; Sankt-Peterburgskiy politekhnicheskii universitet Petra Velikogo. Saint Petersburg, 21–25 August, 2023*. St. Petersburg: Polytech Press; 2023. P. 137–141. (In Russ.)
14. Krizhanivskaya T. V., Bai V. F., Maltseva T. V., Korkishko A. N. *Calculation of water-saturated soil foundations*. Tyumen: Industrial University of Tyumen; 2020. ISBN 978-5-9961-2344-5. (In Russ.)
15. Zaretsky Yu. K. *Theory of soil consolidation*. Moscow: Nauka; 1967. (In Russ.)
16. Paramonov V. N. *Finite element method for solving nonlinear geotechnical problems*. Saint Petersburg: GK "Georekonstruktsiya"; 2012. (In Russ.) URL: <http://georeconstruction.ru/books/paramonov.pdf>.
17. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Ermoshina L. Yu. Settlement and long-term bearing capacity of the pile taking into account the rheological properties of soils. *Construction and Geotechnics*. 2022;13(1):5–15. <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2022.1.01>
18. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Dam H. H. Interaction between a barrette and multilayered surrounding and underlying soils, taking into account their elastic and elastic-viscoplastic properties. *Vestnik MGSU*. 2022;17(9):1135–1144. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.9.1135-1144>
19. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Sidorov V. V., Almakayeva A. S. Determination of elastic-visco-plastic parameters of soils based on the results of torsional shear tests. *Industrial and civil engineering*. 2022;(10):45–55. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2022.10.45-55>
20. Jia-Cai Liu, Guo-Hui Lei, Xu-Dong Wang. One-dimensional consolidation of visco-elastic marine clay under depth-varying and time-dependent load. *Marine Georesources & Geotechnology*. 2015;33(4):337–347. <https://doi.org/10.1080/1064119X.2013.877109>
21. Xiao-mi Li, Qian-qing Zhang, Shan-wei Liu. Semianalytical solution for long-term settlement of a single pile embedded in fractional derivative viscoelastic soils. *International Journal of Geomechanics*. 2021;21(2):04020246. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001906](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001906)
22. Treflina E. R., Treflin I. A. Construction of buildings and structures on two-phase elastic bases. *Architecture, Construction, Transport*. 2021;(1):20–29. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46409676>
23. Gladkov A. E., Maltseva T. V., Isakova N. P. Method for determining the mechanical characteristics of viscoelastic soils. *Architecture, Construction, Transport*. 2023;(4):26–33. <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2023-4-26-33>

24. Maltsev L. E., Bai V. F., Maltseva T. V. *Kinematic model of soil and biomaterials*. Saint Petersburg: Stroyizdat; 2002. (In Russ.)
25. Maltseva T. V. *Mathematical theory of saturated soil*. Tyumen: Vector Book; 2012. (In Russ.)
26. Adler Yu. P., Markova E. V., Granovsky Yu. V. *Planning an experiment in the search for optimal conditions*. 2nd edition. Moscow: Nauka; 1976. (In Russ.)
27. Vorontsov V. V. *Vertical reinforcement of the active layer at the base of the road structure: Dissertation for the candidate of technical sciences degree*. Tyumen: Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering; 2006. (In Russ.)
28. Maltseva T. V., Parfenova T. V. Influence of coincidence points in the method of lines on matrix conditioning. *Oil and Gas Studies*. 2002;(3):101–106. (In Russ.) URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22897092>.



Информация об авторах

Крижанивская Татьяна Валерьевна, канд. техн. наук, доцент кафедры строительных конструкций, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Российская Федерация, krizhanivskajatv@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0009-0007-5433-2405>

Воронцов Вячеслав Викторович, канд. техн. наук, доцент кафедры строительных конструкций, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Российская Федерация, vorontsov vv@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0141-7452>

Тайех Бассам А., PhD, профессор, Исламский университет Газы, Газа, Палестина, <https://orcid.org/0000-0002-2941-3402>

Information about the authors

Tatiana V. Krizhanivskaya, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor in the Department of Building Structures, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation, krizhanivskajatv@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0009-0007-5433-2405>

Viacheslav V. Vorontsov, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor in the Department of Building Structures, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation, vorontsov vv@tyuiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0141-7452>

Bassam A. Tayeh, PhD, Professor, Islamic University of Gaza, Gaza, Palestine, <https://orcid.org/0000-0002-2941-3402>

Получена 11 апреля 2025 г., одобрена 25 мая 2025 г., принята к публикации 10 июня 2025 г.
Received 11 April 2025, Approved 25 May 2025, Accepted for publication 10 June 2025