

НАЧАЛО ДВИЖЕНИЯ СОСТАВНОГО ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО СРЕДСТВА С УПРУГИМИ СЦЕПКАМИ

И. П. Попов
Курганский государственный университет, Курган, Россия

THE BEGINNING OF MOVEMENT OF A COMPOSITE VEHICLE AND TECHNOLOGICAL VEHICLE WITH ELASTIC COUPLINGS

Igor P. Popov
Kurgan State University, Kurgan, Russia

Аннотация. Режим трогания для составного транспортно-технологического средства является наиболее тяжелым. Целью работы является построение математической модели «легкого» трогания составного транспортно-технологического средства с упругими сцепками. Смягчение режима по существу обуславливается заменой одновременного трогания секций на поочередное. Для исключения продольных колебаний составного транспортно-технологического средства после достижения максимального растяжения сцепки следует механически блокировать возможность ее гармонического сжатия.

Ключевые слова: ускорение, энергия, масса, секция, тягач, прицепной агрегат, колебания, демпфер

Abstract. The starting mode for a composite transport and technological vehicle is the most difficult. The aim of the work is to build a mathematical model of "easy" starting of a composite transport and technological vehicle with elastic couplings. The softening of the starting mode is essentially due to the replacement of the simultaneous starting of the sections with alternate ones. To exclude longitudinal vibrations of the composite transport and technological means, after reaching the maximum tension of the coupling, the possibility of its harmonic compression should be mechanically blocked.

Key words: acceleration, energy, mass, section, tractor, trailed unit, vibrations, damper

Введение

Сила трения покоя значительно превосходит силу трения движения. Это приводит к тому, что режим трогания для составного транспортно-

технологического средства является наиболее тяжелым [1–3].

Целью работы является построение математической модели «легкого» трогания составного

транспортно-технологического средства с упругими сцепками.

Объект и методы исследования

Расчет механической системы в составе массивных тягача, прицепных агрегатов и упругих сцепок является достаточно громоздким [4]. Для его минимизации принимаются следующие допущения: сила F , развиваемая тягачом, – величина постоянная; массы тягача и прицепных агрегатов равны между собой и составляют m .

Используются методы теоретической механики.

Результаты

Тягач и один прицепной агрегат

Уравнение сил, приложенных к тягачу, имеет вид:

$$F = m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k(x_1 - x_2), \quad (1)$$

где x_1, x_2 – перемещение, соответственно, тягача и прицепного агрегата, k – коэффициент упругости сцепки.

Силы, приложенные к прицепному агрегату, удовлетворяют уравнению:

$$0 = m \frac{d^2 x_2}{dt^2} - k(x_1 - x_2).$$

Из последнего уравнения следует, что

$$x_1 = \frac{m}{k} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + x_2. \quad (2)$$

Подстановка этого выражения в (1) дает:

$$\begin{aligned} F &= \frac{m^2}{k} \frac{d^4 x_2}{dt^4} + m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \\ &+ kx_2 - kx_2 = \frac{m^2}{k} \frac{d^4 x_2}{dt^4} + 2m \frac{d^2 x_2}{dt^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть
$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = z. \quad (4)$$

Тогда (3) запишется в виде:

$$z'' + 2 \frac{k}{m} z = \frac{kF}{m^2}. \quad (5)$$

Характеристическое уравнение

$$r^2 + 2 \frac{k}{m} = 0.$$

Его корни равны

$$r_{1,2} = \pm i \sqrt{2 \frac{k}{m}}.$$

Общее решение соответствующего однородного уравнения:

$$z_1 = C_1 \cos \sqrt{2 \frac{k}{m}} t + C_2 \sin \sqrt{2 \frac{k}{m}} t.$$

Частное решение в соответствии с (5) имеет вид:

$$z_2 = A.$$

Подстановка его в (5) дает

$$2 \frac{k}{m} A = \frac{kF}{m^2},$$

откуда

$$A = \frac{F}{2m}.$$

Общее решение уравнения (5) находится как

$$z = z_1 + z_2 = C_1 \cos \sqrt{2 \frac{k}{m}} t + C_2 \sin \sqrt{2 \frac{k}{m}} t + \frac{F}{2m}.$$

В момент времени $t = 0$ сцепка не деформирована, следовательно, на прицепной агрегат сила не действует, и величина (4) равна нулю. Поэтому для $t = 0$ последнее выражение примет вид:

$$z(0) = 0 = C_1 \cos \sqrt{2 \frac{k}{m}} 0 + C_2 \sin \sqrt{2 \frac{k}{m}} 0 + \frac{F}{2m},$$

откуда

$$C_1 = -\frac{F}{2m}.$$

С учетом этого

$$z = -\frac{F}{2m} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + C_2 \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}, \quad (6)$$

В соответствии с (4)

$$\begin{aligned} v_2 &= \int z dt = -\frac{F}{2m} \sqrt{\frac{m}{2k}} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t - \\ &- C_2 \sqrt{\frac{m}{2k}} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}t + C_3, \\ x_2 &= \int v_2 dt = \frac{F}{4k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t - \\ &- C_2 \frac{m}{2k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{4m}t^2 + C_3t + C_4. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом (2), (4), (6) и (7)

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{F}{2k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + C_2 \frac{m}{k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2k} + \\ &+ \frac{F}{4k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t - C_2 \frac{m}{2k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{4m}t^2 + C_3t + C_4, \\ v_1 &= \frac{dx_1}{dt} = \frac{F}{2k} \sqrt{2\frac{k}{m}} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + C_2 \sqrt{2\frac{k}{m}} \frac{m}{k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t - \\ &- \frac{F}{4k} \sqrt{2\frac{k}{m}} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t - C_2 \sqrt{2\frac{k}{m}} \frac{m}{2k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}t + C_3, \\ a_1 &= \frac{dv_1}{dt} = \frac{F}{2k} 2\frac{k}{m} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t - \\ &- C_2 2\frac{k}{m} \frac{m}{k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t - \frac{F}{4k} 2\frac{k}{m} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \\ &+ C_2 2\frac{k}{m} \frac{m}{2k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}. \\ x_2(0) &= 0 = \frac{F}{4k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}0 - \\ &- C_2 \frac{m}{2k} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}0 + \frac{F}{4m}0^2 + C_30 + C_4, \end{aligned}$$

$$\frac{F}{4k} + C_4 = 0,$$

$$C_4 = -\frac{F}{4k}.$$

$$v_2(0) = 0 = -C_2 \sqrt{\frac{m}{2k}} + C_3,$$

$$v_1(0) = 0 = C_2 \sqrt{2\frac{k}{m}} \frac{m}{k} -$$

$$-C_2 \sqrt{2\frac{k}{m}} \frac{m}{2k} + C_3 = C_2 \sqrt{2\frac{k}{m}} \frac{m}{2k} + C_3,$$

$$\begin{cases} -C_2 \sqrt{\frac{m}{2k}} + C_3 = 0 \\ C_2 \sqrt{\frac{m}{2k}} + C_3 = 0 \end{cases}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = 0.$$

Окончательное решение:

$$x_1 = -\frac{F}{4k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{4m}t^2 + \frac{F}{4k},$$

$$x_2 = \frac{F}{4k} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{4m}t^2 - \frac{F}{4k},$$

$$v_1 = \frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}t,$$

$$v_2 = -\frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}t,$$

$$a_1 = \frac{F}{2m} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m},$$

$$a_2 = -\frac{F}{2m} \cos \sqrt{2\frac{k}{m}}t + \frac{F}{2m}.$$

Характерный отрезок времени τ_2 (индекс «2» означает количество составных частей составного транспортно-технологического средства) для

рассматриваемого случая определяется из условия максимального растяжения упругой сцепки. При этом

$$a_1(\tau_2) - \frac{F}{2m} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} \tau_2 = 0,$$

$$\sqrt{\frac{2k}{m}} \tau_2 = \frac{\pi}{2},$$

$$\tau_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

За время τ_2 тягач пройдет расстояние

$$x_1(\tau_2) = -\frac{F}{4k} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} +$$

$$+ \frac{F}{4m} \frac{\pi^2}{4} \frac{m}{2k} + \frac{F}{4k} = \frac{F\pi^2}{32k} + \frac{F}{4k}$$

и разовьет скорость

$$v_1(\tau_2) = \frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{\frac{2k}{m}} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} +$$

$$+ \frac{F}{2m} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{F}{2\sqrt{2km}} + \frac{F\pi}{4\sqrt{2km}}.$$

Уместно сравнить эти показатели с соответствующими величинами для недеформируемого составного транспортно-технологического средства.

$$a = \frac{F}{2m}, \quad v = \frac{F}{2m} t, \quad x = \frac{F}{4m} t^2,$$

$$x(\tau_2) = \frac{F}{4m} \frac{\pi^2}{4} \frac{m}{2k} = \frac{F\pi^2}{32k},$$

$$v(\tau_2) = \frac{F}{2m} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{F\pi}{4\sqrt{2km}}.$$

$$\frac{x_1(\tau_2)}{x(\tau_2)} = \frac{F\pi^2/(32k) + F/(4k)}{F\pi^2/(32k)} = 1 + \frac{32}{4\pi^2} \approx 1,81,$$

$$\frac{v_1(\tau_2)}{v(\tau_2)} = \frac{F/(2\sqrt{2km}) + F\pi/(4\sqrt{2km})}{F\pi/(4\sqrt{2km})} = 1 + \frac{2}{\pi} \approx 1,64.$$

Отношение для кинетических энергий тягача составляет

$$\frac{E_1(\tau_2)}{E(\tau_2)} = 2,69.$$

Полученные соотношения наглядно демонстрируют, что трогание составного транспортно-технологического средства с упругими сцепками значительно легче, чем недеформируемого.

Тягач и два прицепа агрегата

Уравнения сил, приложенных, соответственно, к тягачу и прицепным агрегатам, имеют вид:

$$F = m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k(x_1 - x_2), \quad (8)$$

$$k(x_1 - x_2) = m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k(x_2 - x_3), \quad (9)$$

$$k(x_2 - x_3) = m \frac{d^2 x_3}{dt^2}.$$

Из последнего уравнения следует

$$x_2 = \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + x_3. \quad (10)$$

Производная этого выражения равна

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = \frac{m}{k} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + \frac{d^2 x_3}{dt^2}.$$

Подстановка последних двух выражений в (9) дает

$$x_1 = \frac{m}{k} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + 2x_2 - x_3 =$$

$$= \frac{m^2}{k^2} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + 2 \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + 2x_3 - x_3 =$$

$$= \frac{m^2}{k^2} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + 3 \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + x_3. \quad (11)$$

Производная этого выражения равна

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{m^2}{k^2} \frac{d^6 x_3}{dt^6} + 3 \frac{m}{k} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + \frac{d^2 x_3}{dt^2}.$$

Подстановка полученных выражений в (8) дает

$$\begin{aligned} \frac{F}{k} &= \frac{m^3}{k^3} \frac{d^6 x_3}{dt^6} + 3 \frac{m^2}{k^2} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + \\ &+ \frac{m^2}{k^2} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + 3 \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + x_3 - \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2} - x_3 = \\ &= \frac{m^3}{k^3} \frac{d^6 x_3}{dt^6} + 4 \frac{m^2}{k^2} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + 3 \frac{m}{k} \frac{d^2 x_3}{dt^2}, \\ \frac{d^6 x_3}{dt^6} + 4 \frac{k}{m} \frac{d^4 x_3}{dt^4} + 3 \frac{k^2}{m^2} \frac{d^2 x_3}{dt^2} &= \frac{k^2 F}{m^3}. \end{aligned} \quad (12)$$

Пусть

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = z. \quad (13)$$

Тогда (12) запишется в виде:

$$z''' + 4 \frac{k}{m} z'' + 3 \frac{k^2}{m^2} z = \frac{k^2 F}{m^3}. \quad (14)$$

Характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} r^4 + 4 \frac{k}{m} r^2 + 3 \frac{k^2}{m^2} &= 0. \\ r_{1,2}^2 = -2 \frac{k}{m} \pm \frac{k}{m} &=, \quad r_1^2 = -3 \frac{k}{m}, \quad r_2^2 = -\frac{k}{m}, \\ r_{1,2} &= \pm i \sqrt{3 \frac{k}{m}}, \quad r_{3,4} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}}. \end{aligned}$$

Общее решение соответствующего однородного уравнения

$$\begin{aligned} z_1 &= C_1 \cos \sqrt{3 \frac{k}{m}} t + C_2 \sin \sqrt{3 \frac{k}{m}} t + \\ &+ C_3 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + C_4 \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t. \end{aligned}$$

Частное решение имеет вид:

$$z_2 = A.$$

Подстановка его в (14) дает:

$$3 \frac{k^2}{m^2} A = \frac{k^2 F}{m^3}, \quad A = \frac{F}{3m}.$$

Общее решение находится как

$$\begin{aligned} z &= z_1 + z_2 = C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \\ &+ C_3 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + C_4 \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m}. \end{aligned} \quad (15)$$

В соответствии с (13)

$$\begin{aligned} v_3 &= \int z dt = C_1 \sqrt{\frac{m}{3k}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t - C_2 \sqrt{\frac{m}{3k}} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \\ &+ C_3 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t - C_4 \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m} t + C_5, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} x_3 &= \int v_3 dt = -C_1 \frac{m}{3k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t - C_2 \frac{m}{3k} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \\ &- C_3 \frac{m}{k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - C_4 \frac{m}{k} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{6m} t^2 + C_5 t + C_6. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом (10), (13), (15) и (17)

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{m}{k} C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{m}{k} C_2 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{m}{k} C_3 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \\ &+ \frac{m}{k} C_4 \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{m}{k} \frac{F}{3m} - C_1 \frac{m}{3k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t - C_2 \frac{m}{3k} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \\ &- C_3 \frac{m}{k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t - C_4 \frac{m}{k} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{6m} t^2 + C_5 t + C_6 = \\ &= \frac{2m}{3k} C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{2m}{3k} C_2 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \\ &+ \frac{F}{3k} + \frac{F}{6m} t^2 + C_5 t + C_6, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{dx_2}{dt} = -\frac{2m}{3k} \sqrt{\frac{3k}{m}} C_1 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \\ &+ \frac{2m}{3k} \sqrt{\frac{3k}{m}} C_2 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{3m} t + C_5 = \end{aligned} \quad (19)$$

$$= -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{3m}{k}} C_1 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3m}{k}} C_2 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{3m} t + C_5,$$

$$a_2 = \frac{dv_2}{dt} = -2C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - 2C_2 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{3m}. \quad (20)$$

С учетом (11), (20), (18) и (17)

$$\begin{aligned} x_1 = & -2C_1 \frac{m}{k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - 2C_2 \frac{m}{k} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{3m} \frac{m}{k} + \\ & + 2 \frac{2m}{3k} C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t + 2 \frac{2m}{3k} C_2 \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \\ & + \frac{2F}{3k} + \frac{2F}{6m} t^2 + 2C_5 t + 2C_6 + \\ & + C_1 \frac{m}{3k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t + C_2 \frac{m}{3k} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \\ & + C_3 \frac{m}{k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + C_4 \frac{m}{k} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{F}{6m} t^2 - C_5 t - C_6 = \\ = & -C_1 \frac{m}{3k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - C_2 \frac{m}{3k} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + C_3 \frac{m}{k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \\ & + C_4 \frac{m}{k} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{k} + \frac{F}{6m} t^2 + C_5 t + C_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 = \frac{dx_1}{dt} = & C_1 \sqrt{\frac{m}{3k}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t - C_2 \sqrt{\frac{m}{3k}} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - \\ & - C_3 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t + C_4 \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{3m} t + C_5. \quad (21) \end{aligned}$$

$$a_1 = C_1 \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - C_3 \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{3m}.$$

В соответствии с (20)

$$a_2(0) = -2C_1 + \frac{F}{3m} = 0, \quad C_1 = \frac{F}{6m}.$$

В соответствии с (15)

$$z(0) = 0 = \frac{F}{6m} + C_3 + \frac{F}{3m}, \quad C_3 = -\frac{F}{2m}.$$

В соответствии с (18)

$$x_2(0) = \frac{2m}{3k} C_1 + \frac{F}{3k} + C_6 = 0,$$

$$\frac{F}{9k} + \frac{F}{3k} + C_6 = 0, \quad C_6 = -\frac{4F}{9k}.$$

В соответствии с (21), (16) и (19)

$$v_1(0) = -C_2 \sqrt{\frac{m}{3k}} + C_4 \sqrt{\frac{m}{k}} + C_5 = 0,$$

$$v_3(0) = -C_2 \sqrt{\frac{m}{3k}} - C_4 \sqrt{\frac{m}{k}} + C_5 = 0, \quad C_4 = 0,$$

$$v_2(0) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3m}{k}} C_2 + C_5 = 0, \quad C_2 = 0, \quad C_5 = 0.$$

Окончательное решение:

$$x_1 = -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t - \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{6m} t^2 + \frac{5F}{9k},$$

$$x_2 = \frac{F}{9k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{6m} t^2 - \frac{F}{9k},$$

$$x_3 = -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{6m} t^2 - \frac{4F}{9k},$$

$$v_1 = \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{3m} t,$$

$$v_2 = -\frac{F}{3\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{3m} t,$$

$$v_3 = \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}}t - \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{3m} t,$$

$$a_1 = \frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{F}{3m},$$

$$a_2 = -\frac{F}{3m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{3m},$$

$$a_3 = \frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m}.$$

Характерный отрезок времени τ_3 для рассматриваемого случая определяется из условия максимального растяжения упругой сцепки. При этом

$$a_1(\tau_3) - \frac{F}{3m} = 0$$

или

$$\frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} \tau_3 + \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 = 0,$$

$$\frac{1}{3} \cos \sqrt{3} \sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 + \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 = 0.$$

Решение последнего уравнения имеет вид:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 = 0,427\pi,$$

$$\tau_3 = 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

За время τ_3 тягач пройдет расстояние

$$x_1(\tau_3) = -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} - \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{F}{6m} \left(0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right)^2 + \frac{5F}{9k} =$$

$$= \frac{F}{k} \left[-\frac{1}{18} \cos \sqrt{3} \cdot 0,427\pi - \frac{1}{2} \cos 0,427\pi + \frac{1}{6} (0,427\pi)^2 + \frac{5}{9} \right] =$$

$$= \frac{F}{k} \left[-\frac{1}{18} \cos \sqrt{3} \cdot 0,427\pi - \frac{1}{2} \cos 0,427\pi + \frac{1}{6} (0,427\pi)^2 + \frac{5}{9} \right] = 0,78 \frac{F}{k}$$

и разовьет скорость

$$v_1(\tau_3) = \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{F}{3m} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$= \frac{F}{\sqrt{km}} \left(\frac{1}{6\sqrt{3}} \sin \sqrt{3} \cdot 0,427\pi + \frac{1}{2} \sin 0,427\pi + \frac{1}{3} \cdot 0,427\pi \right) = \frac{F}{\sqrt{km}}.$$

Уместно сравнить эти показатели с соответствующими величинами для недеформируемого составного транспортно-технологического средства

$$a = \frac{F}{3m}, \quad v = \frac{F}{3m} t, \quad x = \frac{F}{6m} t^2,$$

$$x(\tau_3) = \frac{F}{6m} \left(0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right)^2 = 0,3 \frac{F}{k},$$

$$v(\tau_3) = \frac{F}{3m} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,45 \frac{F}{\sqrt{mk}}.$$

$$\frac{x_1(\tau_3)}{x(\tau_3)} = 2,6, \quad \frac{v_1(\tau_3)}{v(\tau_3)} = 2,22.$$

Отношение для кинетических энергий тягача составляет

$$\frac{E_1(\tau_3)}{E(\tau_3)} = 4,93.$$

Обсуждение

Применение упруго деформируемых сцепок решает проблему трогания тяжелого составного транспортно-технологического средства [5–8].

В таблицу 1 сведены перемещения, скорости и кинетические энергии тягача для моментов максимального растяжения упругой сцепки, отнесенные к соответствующим параметрам недеформируемого составного транспортно-технологического средства.

Таблица 1

**Приведенные перемещения,
скорости и кинетические
энергии тягача**

Количество секций составного транспортно-технологического средства	$\frac{x_1(\tau)}{x(\tau)}$	$\frac{v_1(\tau)}{v(\tau)}$	$\frac{E_1(\tau)}{E(\tau)}$
2	1,81	1,64	2,69
3	2,6	2,22	4,93

Полученные соотношения наглядно демонстрируют, что трогание составного транспортно-технологического средства с упругими сцепками значительно легче, чем недеформируемого. При этом, чем больше число прицепных агрегатов, тем больше преимущество первого над вторым.

Выводы

Смягчение режима трогания составного транспортно-технологического средства по существу обуславливается заменой одновременного трогания секций на поочередное. Выше этот процесс описан для инерционных сил. Применительно к силе трения покоя механизм будет подобным, т.е. преодолевается не вся сила трения покоя одновременно, а поочередно преодолеваются ее малые части.

Полученные выражения для перемещений, скоростей и ускорений тягача и прицепных агрегатов имеют гармонические составляющие [9]. Для исключения продольных колебаний [10] составного транспортно-технологического средства после достижения максимального растяжения сцепки следует механически блокировать возможность ее гармонического сжатия с последующей выборкой упругой деформации, например, с использованием демпфирующих устройств.

Библиографический список

1. Бабаева, Ю. А. Проблемы транспортировки грузов в условиях Крайнего Севера / Ю. А. Бабаева, М. В. Волкова. – Текст : непосредственный // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2019. – № 1. – С. 6–11.
2. Петельская, С. Г. Потеря проходимости машины / С. Г. Петельская. – Текст : непосредственный // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2019. – № 1. – С. 35–40.
3. Попов, И. П. Компенсация пиковых нагрузок транспортно-технологических машин / И. П. Попов. – Текст : непосредственный // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Машиностроение». – 2020. – № 3 (132). – С. 85–93.
4. Петельская, С. Г. Анализ моделей, описывающих динамику машины / С. Г. Петельская. – Текст : непосредственный // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2020. – № 1. – С. 24–28.
5. Коптилов, В. И. О нормах расхода топлива на буксировку автоприцепов / В. И. Коптилов. – Текст : непосредственный // Интерстроймех-2005 : сборник трудов международной научно-технической конференции. – 2005. – С. 29–33.
6. Модернизация специального оборудования средств эвакуации для буксировки неисправной автомобильной техники / В. М. Юзик, В. П. Капустин, С. И. Князев, А. Д. Чернокоз. – Текст : непосредственный // Современные научно-практические решения XXI века. Материалы международной научно-практической конференции. – 2016. – С. 163–168.
7. Семенов, А. Г. Рекомендации по буксировке наземного транспортного средства с управляемой подвеской на слабонесущих участках местности / А. Г. Семенов. – Текст : непосредственный // Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе. – 2020. – Т. 1. – С. 118–121.
8. Носков, Н. Н. Основные оценочные характеристики движения машин по местности вне дорог / Н. Н. Носков, В. К. Зыкова. – Текст : непосредственный // Транспорт и машиностроение Западной Сибири. – 2019. – № 2. – С. 26–30.

-
9. Popov, I. P. Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements / I. P. Popov. – DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2012.09.005. – Text : electronic // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2012. – Vol. 76. – Iss. 4. – P. 393–395.
 10. Popov, I. P. Application of the Symbolic (Complex) Method to Study Near-Resonance Phenomena / I. P. Popov. – DOI: 10.3103/S1052618820120122. – Text : electronic // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2020. – Vol. 49. – No. 12. – P. 1053–1063.

References

1. Babayeva, Yu. A., & Volkova, M. V. (2019). Problems of cargo transportation in the far north. *Transport i mashinostroenie Zapadnoy Sibiri*, (1), pp. 6-11. (In Russian).
2. Petelskaya, S. G. (2019). Oss of flotation ability of the machine. *Transport i mashinostroenie Zapadnoy Sibiri*, (1), pp. 35-40. (In Russian).
3. Popov, I. P. (2020). Peak load balancing for engineering vehicles. *Herald of The Bauman Moscow State Technical University. Series mechanical engineering*, 3(132), pp. 85-93. (In Russian).
4. Petelskaya, S. G. (2020). Analysis of models describing car dynamics. *Transport i mashinostroenie Zapadnoy Sibiri*, (1), pp. 24-28. (In Russian).
5. Kopotilov, V. I. (2005). O normakh raskhoda topliva na buksirovku avtopritsepov. *Interstroymekh-2005. Sbornik trudov mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*, May 17-20. Tyumen, FSBEI HE Industrial University of Tyumen Publ., pp. 29-33. (In Russian).
6. Juzik, V. M., Kapustin, V. P., Knyazev, S. I., & Chernokoz, A. D. (2016). Modernizatsiya spetsial'nogo oborudovaniya sredstv evakuatsii dlya buksirovki neispravnoy avtomobil'noy tekhniki. *Sovremennye nauchno-prakticheskie resheniya XXI veka. Materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii*. Voronezh, FSBEI HE Voronezh SAU Publ., pp. 163-168. (In Russian).
7. Semenov, A. G. (2020). Rekomendatsii po buksirovke nazemnogo transportnogo sredstva s upravlyaemoy podveskoy na slabonesushchikh uchastkakh mestnosti. *Modernizatsiya i nauchnye issledovaniya v transportnom komplekse*, (1), pp. 118-121. (In Russian).
8. Noskov, N. N., & Zyкова, V. K. (2019). The main estimated characteristics of the movement of cars on the terrain off the roads. *Transport i mashinostroenie Zapadnoy Sibiri*, (2), pp. 26-30. (In Russian).
9. Popov, I. P. (2012). Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 4(76), pp. 393-395. (In English). DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2012.09.005
10. Popov, I. P. (2020). Application of the Symbolic (Complex) Method to Study Near-Resonance Phenomena. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 12 (49), pp. 1053-1063. (In English). DOI: 10.3103/S1052618820120122.

Сведения об авторе

Попов Игорь Павлович, ст. преподаватель кафедры технологии машиностроения, металлорежущих станков и инструментов, Курганский государственный университет, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Information about the autor

Igor P. Popov, Senior Lecturer at the Department of Engineering Technology, Machine Tools and Instruments, Kurgan State University, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Для цитирования: Попов, И. П. Начало движения составного транспортно-технологического средства с упругими сцепками / И. П. Попов. – Текст : непосредственный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2021. – № 1. – С. 79–87.

For citation: Popov, I. P. (2021). The beginning of movement of a composite vehicle and Technological vehicle with elastic couplings. *Arkhitektura, stroitel'stvo, transport [Architecture, construction, transport]*, (1), pp. 79-87. (In Russian).